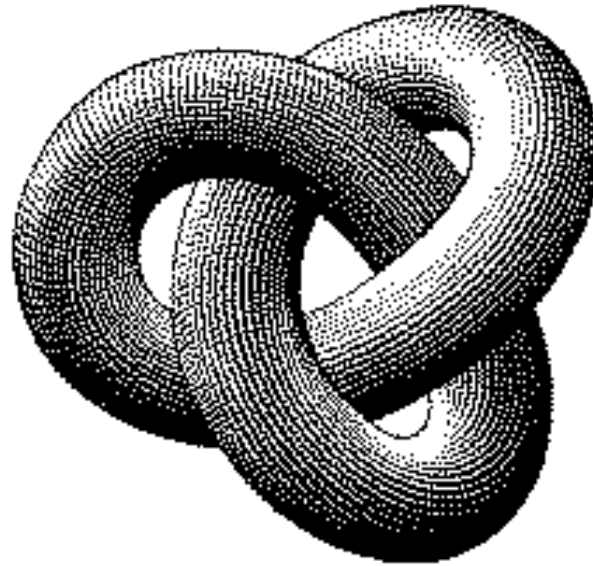


Modélisation



Alexis Nédélec

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Brest
Technopôle Brest-Iroise, Site de la Pointe du Diable
CP 15 29608 BREST Cedex (FRANCE)
e-mail : nedelec@enib.fr

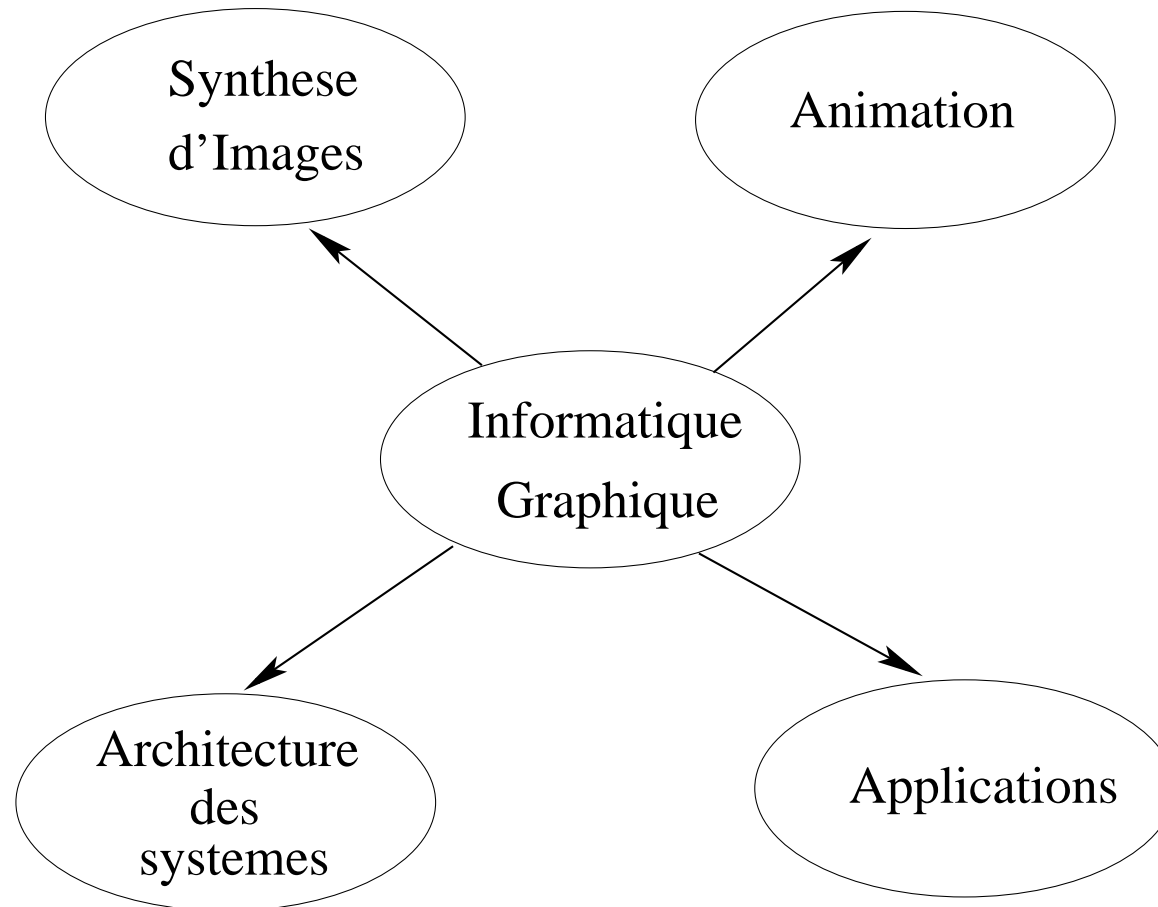
Table des Matières

Introduction	3
Schéma de Représentation	9
Représentation Fil-De-Fer (Wire Frame)	18
Représentation par Frontières (BREPS)	21
Structure de Arête-Ailée (Baumgart)	29
Relations d'adjacences (topologie BREPS)	38
Opérateurs d'Euler (topologie BREPS)	50
Cartes Topologiques: n-G-maps	65
Représentation Volumique: CSG	74
Modélisation Fractale (Mandelbrot)	90
Modélisation de Plantes (L-Systems)	94
Conclusion	109
Bibliographie	112

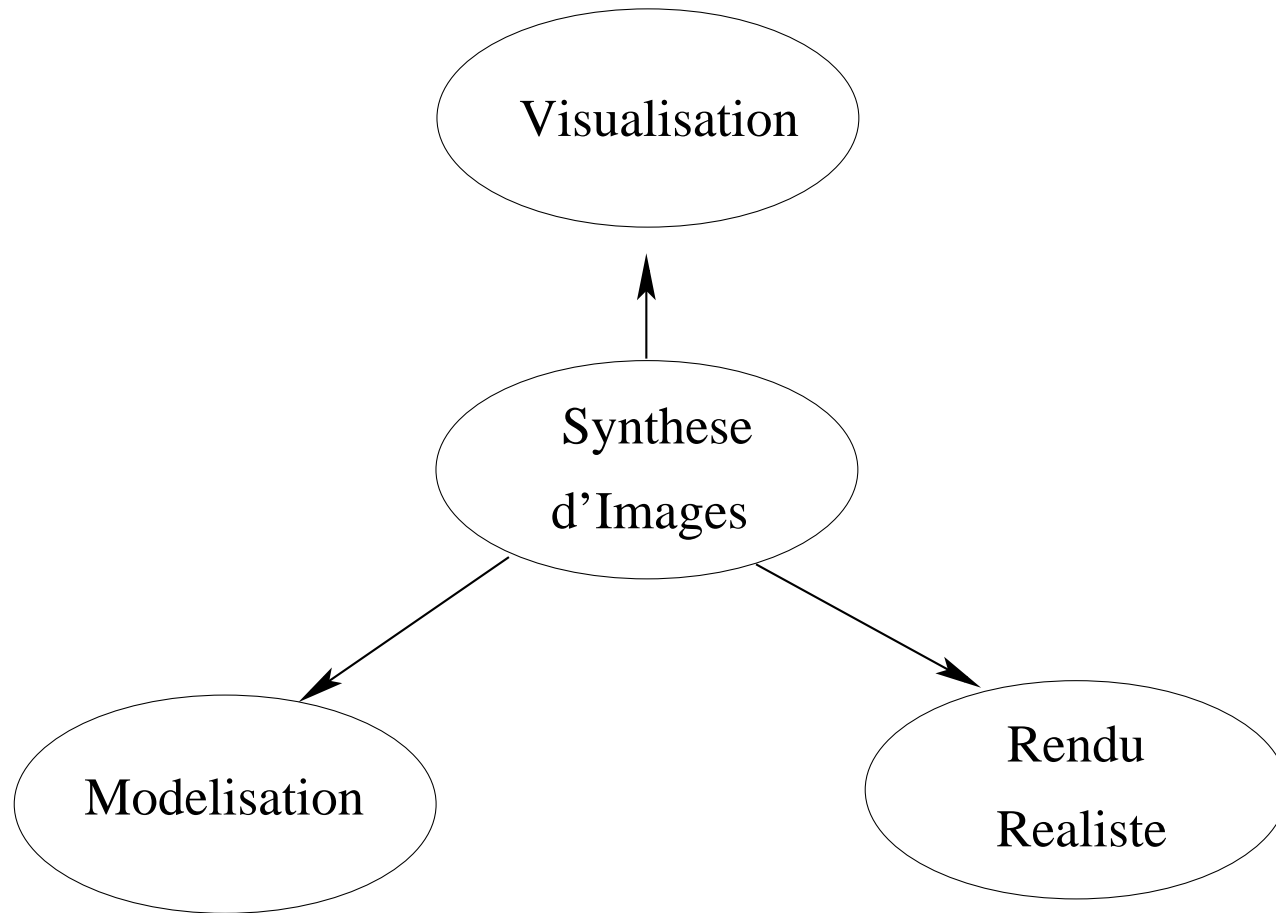
Introduction

- ▷ Modélisation des objets de l'univers
- ▷ Visualisation des univers
- ▷ Transformation des objets de l'univers
- ▷ Habillages des objets (couleurs, textures)
- ▷ Rendu Réaliste (modèles d'éclairage)
- ▷ Animation de scènes
- ▷ Outils graphiques et Réalité Virtuelle

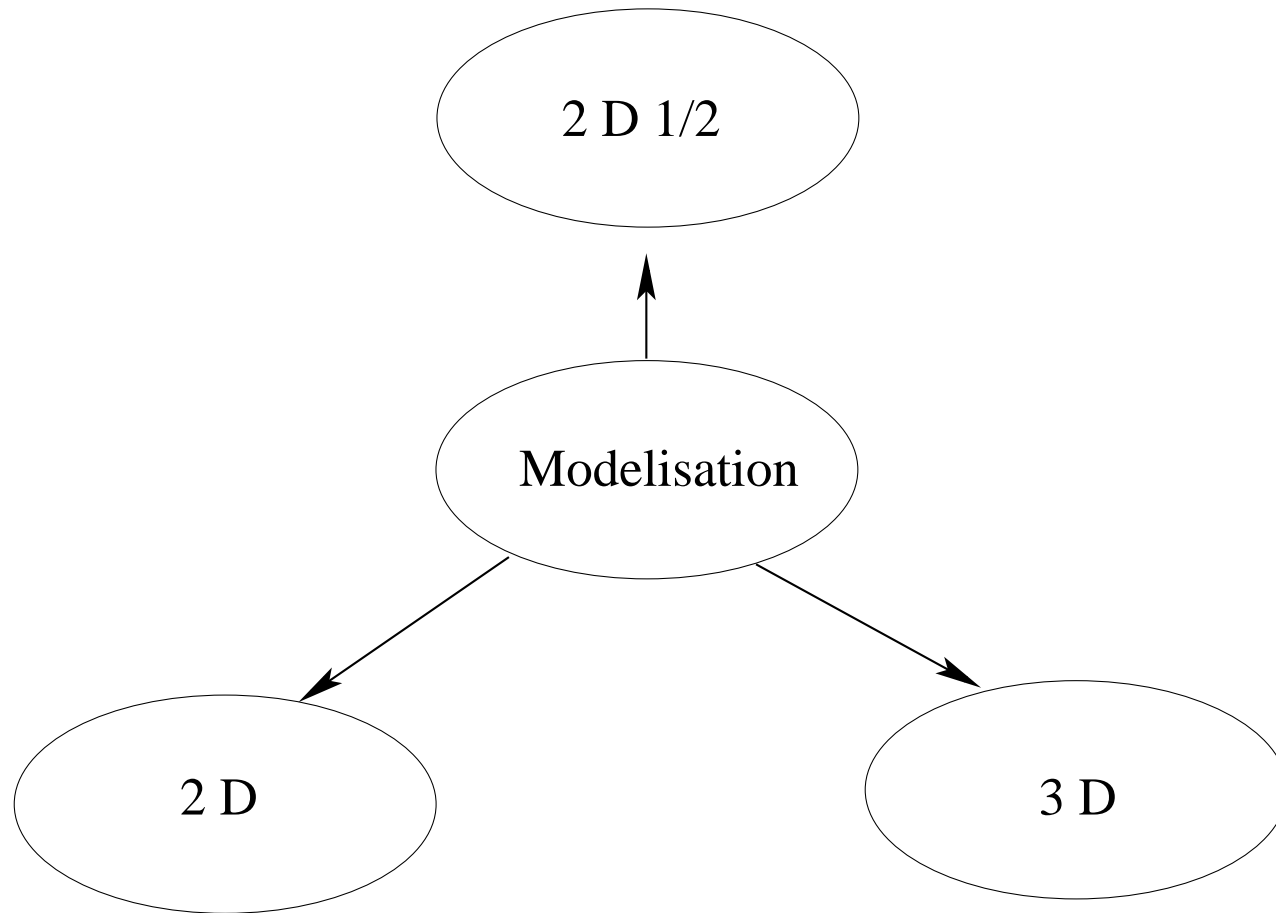
Introduction



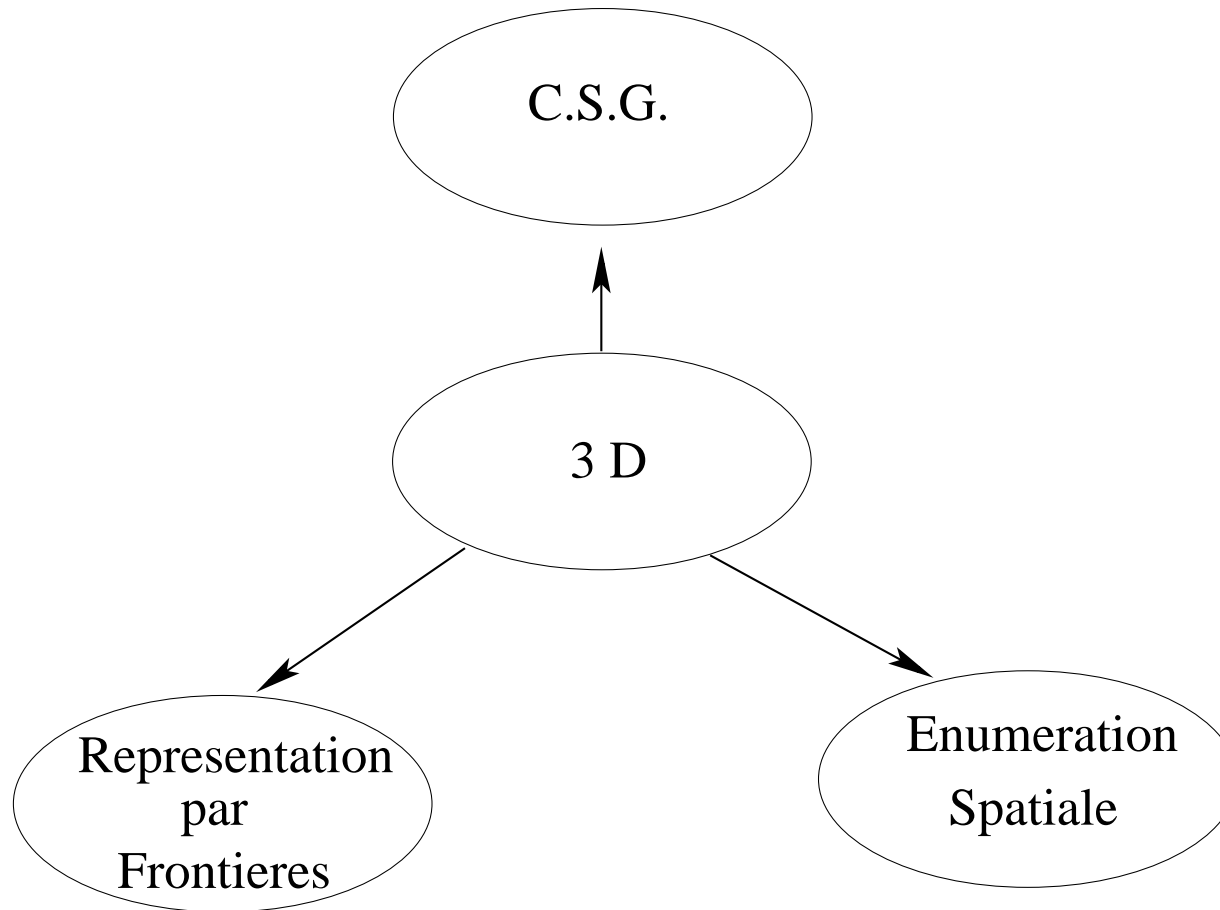
Introduction



Introduction



Introduction



Introduction

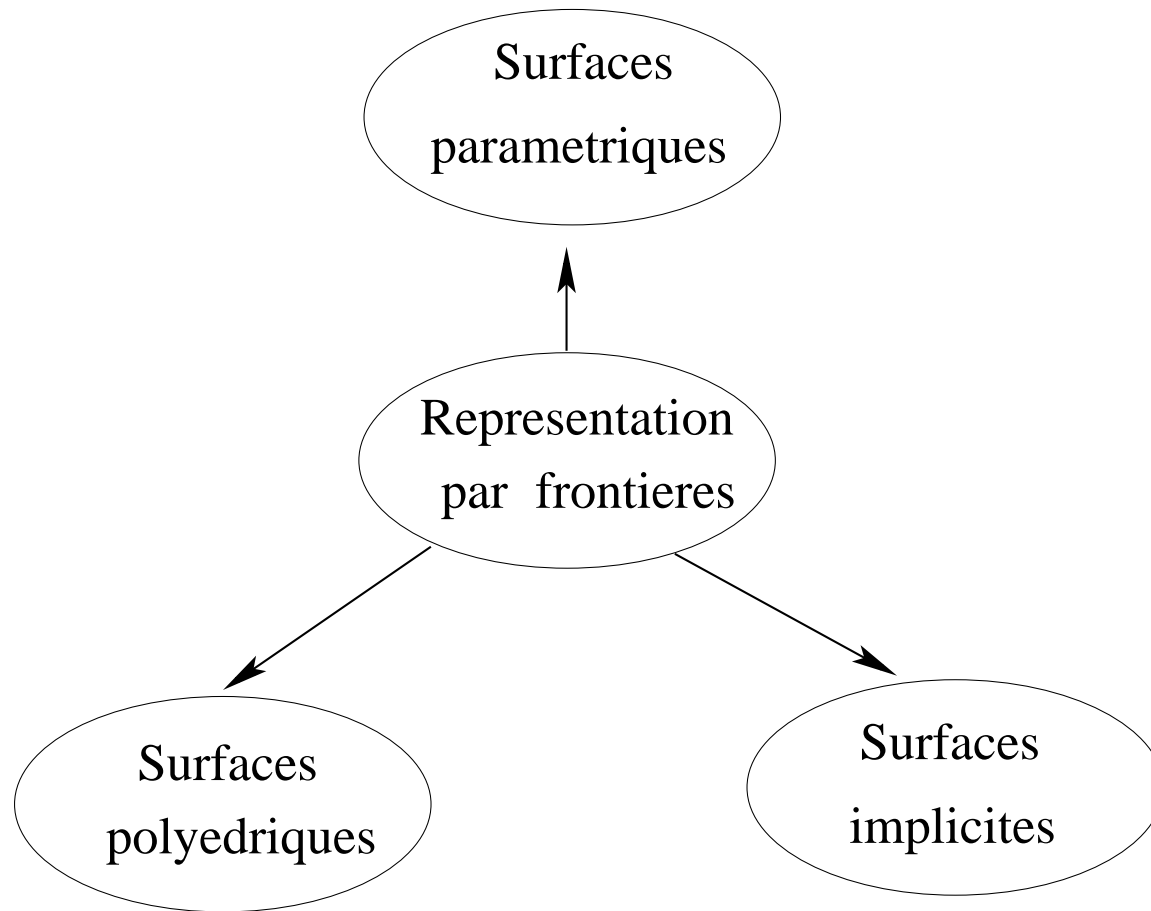


Schéma de Représentation

Modélisation d'Univers (domaine) d'un point de vue informatique (validité)

- ▷ représentations des objets (structures de modélisation)
- ▷ traitements sur les objets (opérations sur les structures)

Schéma de représentation:

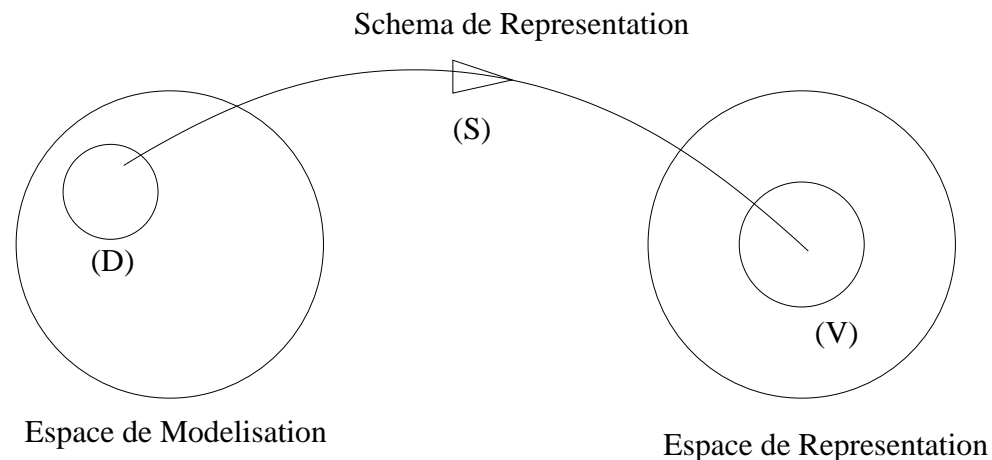
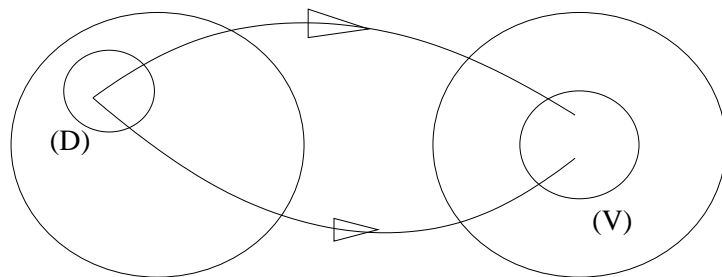


Schéma de Représentation

Définition formelle de la représentation d'un solide du domaine

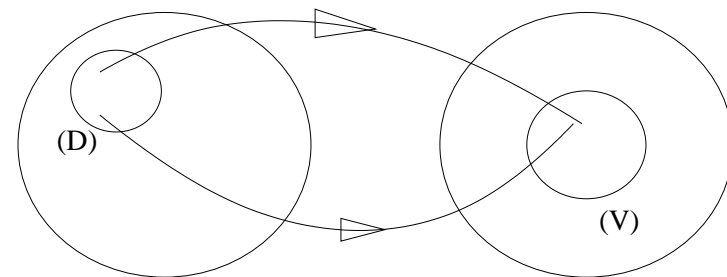
- ▷ Domaine: Pouvoir descriptif (entités représentables de l'environnement)
- ▷ Validité: Syntaxique et Sémantique (structures et signification géométrique)
- ▷ Non-ambiguïté: à UNE REPRESENTATION valide, UN SEUL SOLIDE
- ▷ Unicité: à UN SOLIDE du domaine, UNE SEULE REPRESENTATION



Modelisation

Représentation

NON-UNICITE



Modelisation

Représentation

AMBIGUITE

Schéma de Représentation

Cas idéal de schéma de représentation:

NON-AMBIGUITE + UNICITE

On définit de manière plus pratique

- ▷ **Concision** : grande concision si non-redondance d'informations
- ▷ **Facilité de création** : liée à l'utilisateur et par conséquent à la concision
- ▷ **Efficacité** : totalement liée à l'application

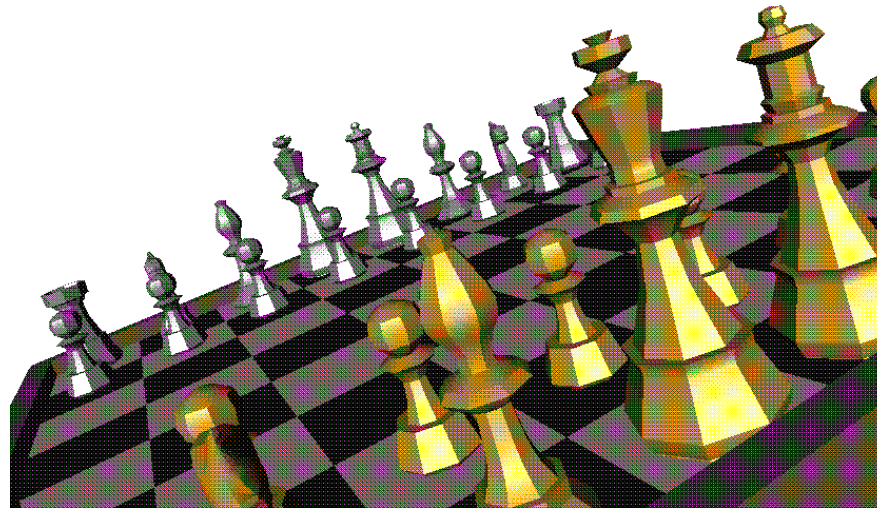
Applications en Réalité Virtuelle

- ▷ Quel domaine d'applications ?
- ▷ Quels modèles et quels types de représentation choisir?

Classification de Modèles

On distingue les représentations

- ▷ $2D$ (segments, polygones, courbes, ...)
- ▷ $2D\frac{1}{2}$, $z = f(x, y)$ (MNT)
- ▷ $3D$, $\{(x, y, z) \in R^3; f(x, y, z) \leq 0\}$ (solides)



Classification de Modèles

- ▷ Géométrie Constructive de Solides (CSG)
- ▷ Représentation par Frontières (B-REPS)
- ▷ Représentation Octree (voxels)
- ▷ Décomposition en cellules (voxel étendu)
- ▷ Modèles Topologiques (graphes d'adjacences, cartes topologiques, ...)
- ▷ Modèles de balayages
- ▷ Instantiation de primitives

Classification de Modèles

Ces modèles sont répertoriés en trois catégories

1. représentations volumiques

- ▷ modèles constructifs (CSG)
- ▷ modèles descriptifs (Octree)

2. représentations par frontières

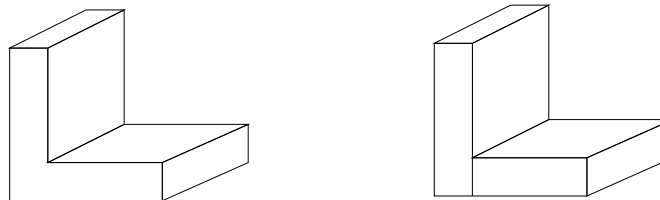
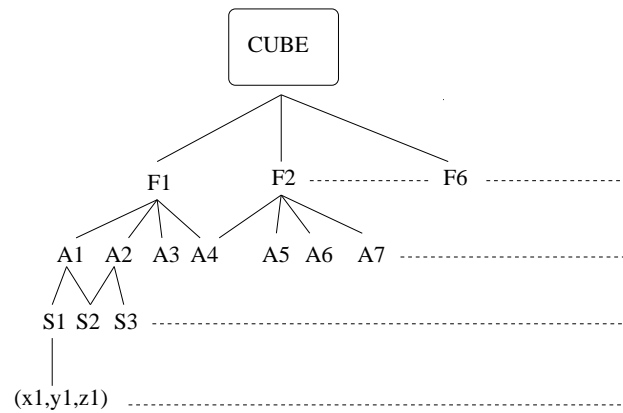
- ▷ BReps, Cartes Généralisés (n-G-maps),...

3. modèles de balayage

- ▷ simples, Hybrides, généralisés

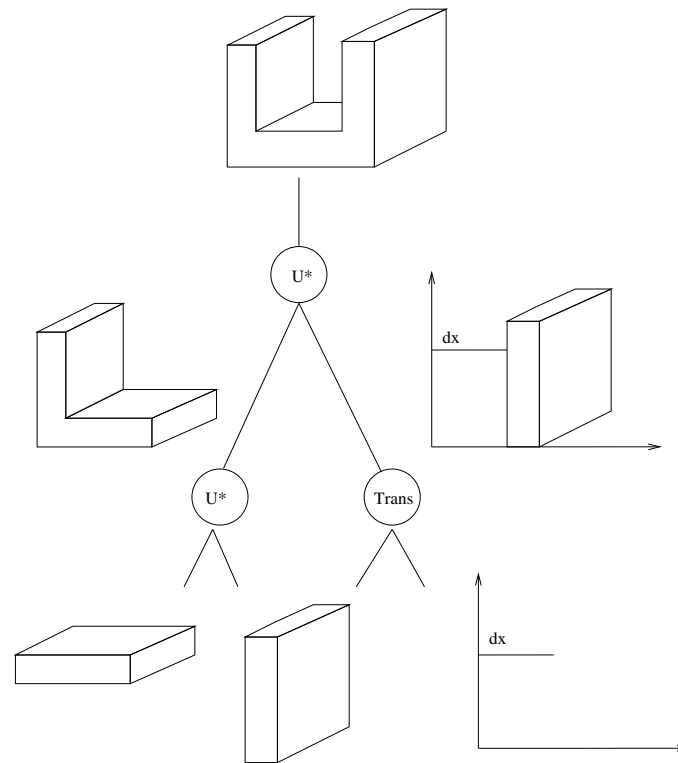
et les modèles plus récents : fractals, particules, meta-balls ...

Représentation par frontières



Représentation Non-Ambigue / Non-Unique

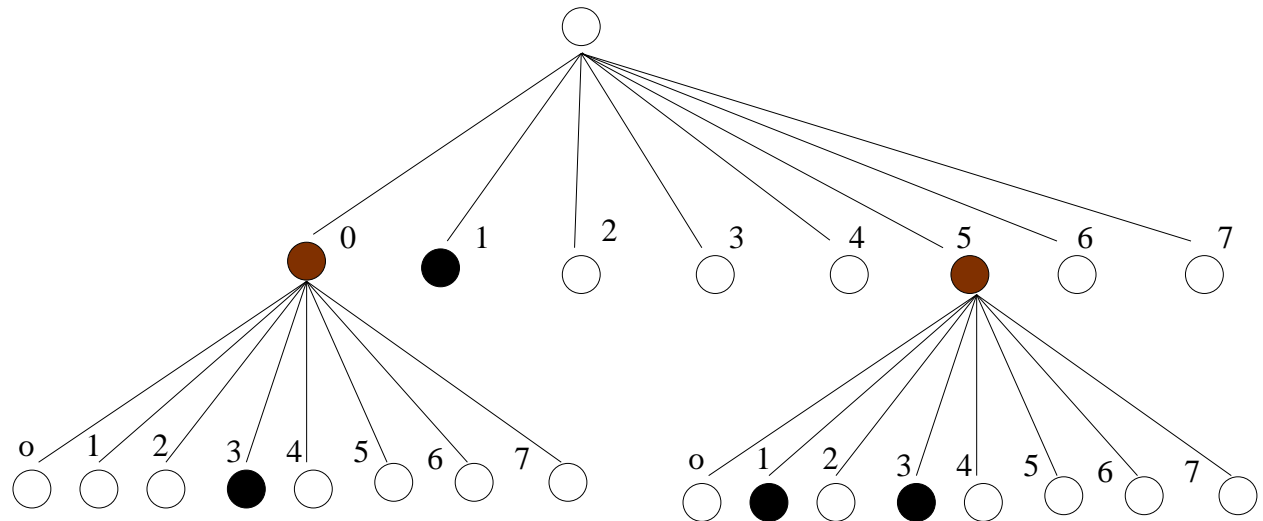
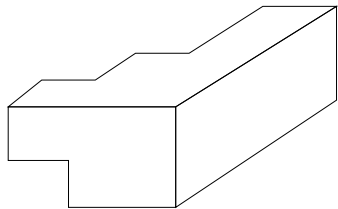
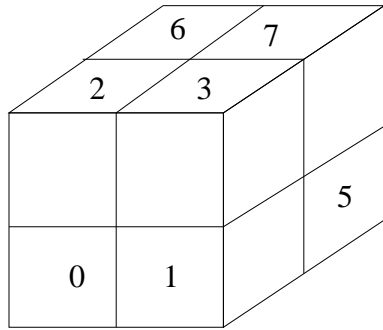
Constructive Solid Geometry



Représentation Non-Ambigue / Non-Unique

Schéma de Représentation

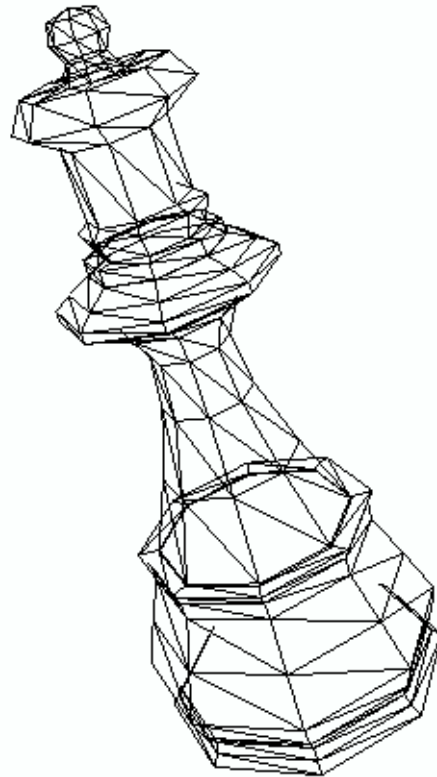
Octree



Représentation Non-Ambigue / Unique

Représentation Fil-de-Fer

Représentation par listes de points et de segments (Wire Frame)



Wire Frame

Premier modèle de représentation d'objet sous forme de listes

- ▷ Points : coordonnées de sommets (géométrie)
- ▷ Arête : liaisons entre sommets (topologie)

Structure minimale dans un langage de type C

```
typedef struct {  
    int x,y;  
} Vertex;
```

Affichage d'objets peut s'avérer complexe avec les commandes de tracer

- ▷ positionnement (move), tracer entre deux points (draw)

Pour effectuer plus simplement ce traitement:

```
typedef struct {  
    Vertex p1,p2;  
} Edge;
```

Redondance d'informations

Problèmes de ce type de structure

- ▷ redondance et mises à jour des informations

Utilisation de pointeurs sur la structure d'arête

```
typedef struct {           | typedef struct {  
    int x,y;               |     VertexList p1,p2;  
} Vertex, *VertexList;    | } Edge;
```

Avantages

- ▷ stockage : l'information géométrique (sommet) est partagée
- ▷ modification : mise à jour des informations topologiques (arêtes)

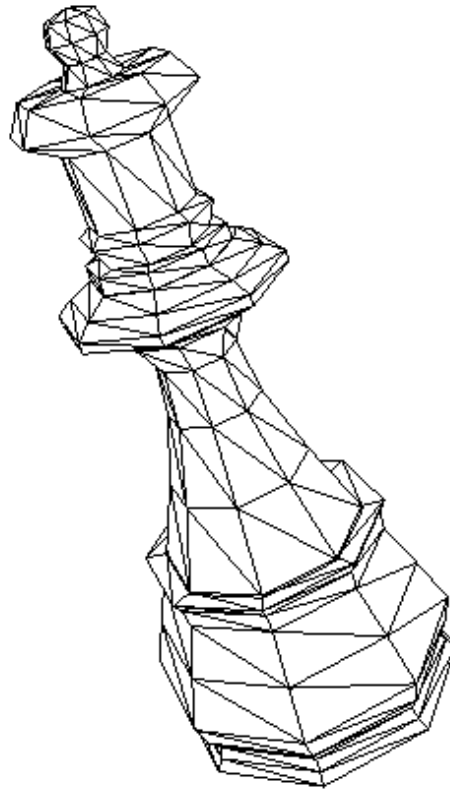
Inconvénient

- ▷ gestion des pointeurs : s'adresser à ce qui existe

Vérifier la cohérence du modèle : d'un point de vue géométrique et topologique

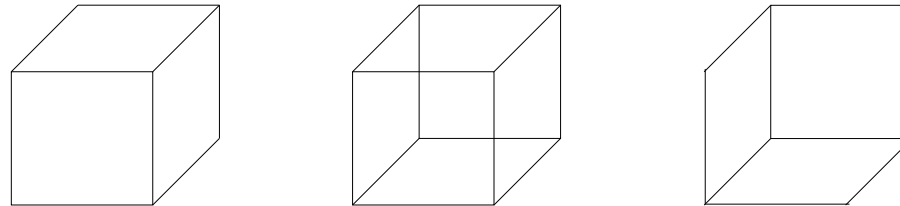
Représentation par Frontières

Représentation par listes de points, de segments et de faces (BREPS)



Représentation par Frontières

- ▷ Modélisation Fil-de-Fer : Pas de notion volumique



Evolution du modèle, Informations sur les frontières :

- ▷ **B**oundary **R**epresentation

Problème d'une telle représentation

- ▷ définir une structure de représentation complète:
 - ◇ géométriquement et topologiquement
- ▷ pouvoir parcourir la topologie du modèle (relations d'adjacences)
- ▷ créer des modèles par insertion d'entités (sommets, arêtes, faces)

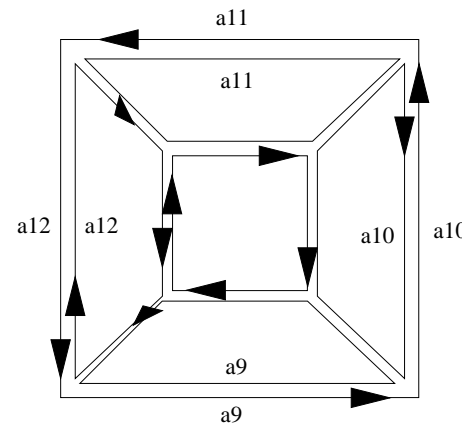
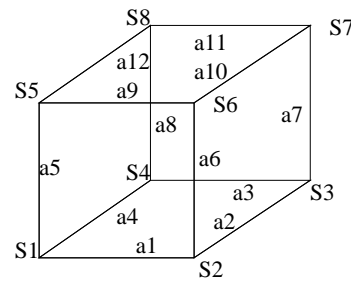
Représentation par Frontières

BReps : représentation polyédrique d'objets (sommets, arêtes, faces)

Problème d'une telle modélisation

Séparer les volumes intérieur et extérieur

Solution : Surfaces orientées



Orientabilité de Surface

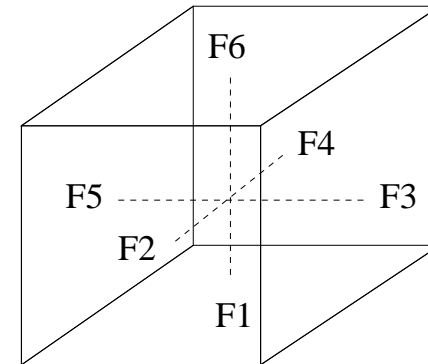
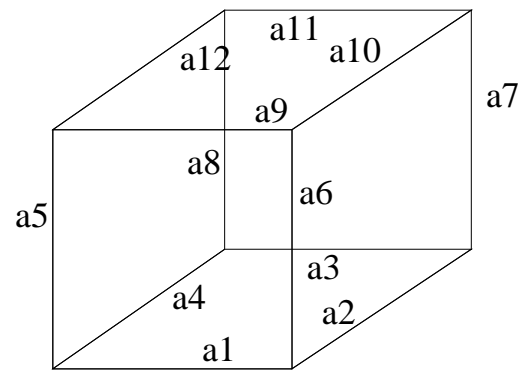
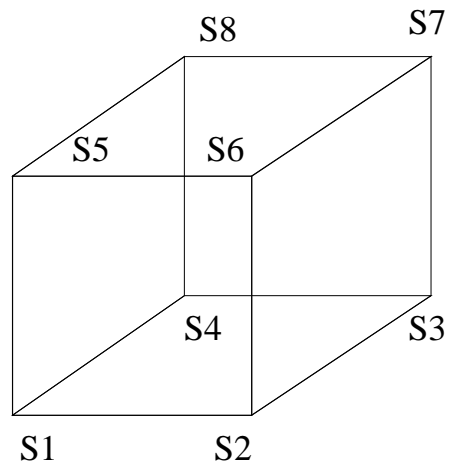
Un modèle plan sera **orientable** si chaque arête

- ▷ est parcourue 2 fois dans 2 sens opposés
- ▷ appartient à 2 faces
- ▷ est définie par 2 sommets

Définition de structure BReps de modélisation par frontières par listes de

- ▷ Sommet : informations géométriques (coordonnées)
- ▷ Arête : informations topologiques (relations d'adjacences F,A,S)
- ▷ Face : informations géométriques (normales aux surfaces)

Topologie du Modèle



Topologie du Modèle

Arête	Sommets	Faces	Arête
a_1	(s_1, s_2)		
a_2	(s_2, s_3)	F_1	(a_1, a_4, a_3, a_2)
a_3	(s_3, s_4)		
a_4	(s_4, s_1)	F_2	(a_1, a_6, a_9, a_5)
a_5	(s_1, s_5)		
a_6	(s_2, s_6)	F_3	(a_2, a_7, a_{10}, a_6)
a_7	(s_3, s_7)		
a_8	(s_4, s_8)	F_4	(a_3, a_8, a_{11}, a_7)
a_9	(s_5, s_6)		
a_{10}	(s_6, s_7)	F_5	(a_4, a_5, a_{12}, a_8)
a_{11}	(s_7, s_8)		
a_{12}	(s_8, s_5)	F_6	$(a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12})$

Topologie du Modèle

Sous cette représentation chaque arête

- ▷ appartient à 2 faces
- ▷ est définie par 2 sommets

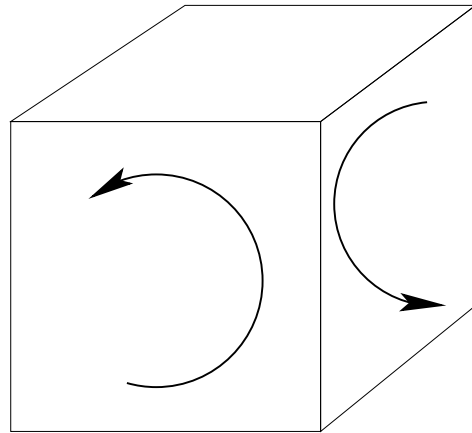
La Topologie sera complète en considérant

les **Ailes** d'une arête

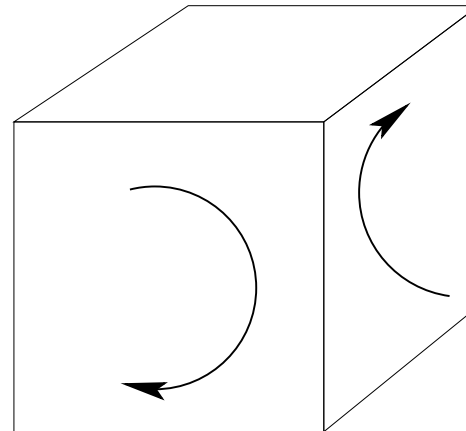
de façon à parcourir chaque arête 2 fois dans 2 sens opposés

- ▷ sens trigo (counter-clockwise)
- ▷ sens inverse (clockwise)

Topologie du Modèle



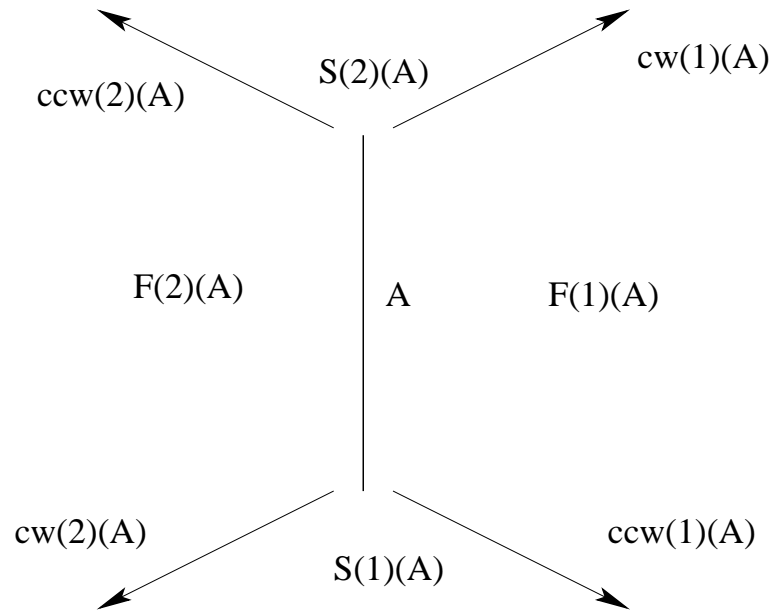
Counter-clockwise



Clockwise

Structure Arête-Ailée

Winged-Edge Data Structure: Structure introduite par Baumgart (1972)



Structure Arête-Ailée

Une **Arête** devra pointer sur

- ▷ 2 faces, 2 sommets, 4 arêtes (ailes)

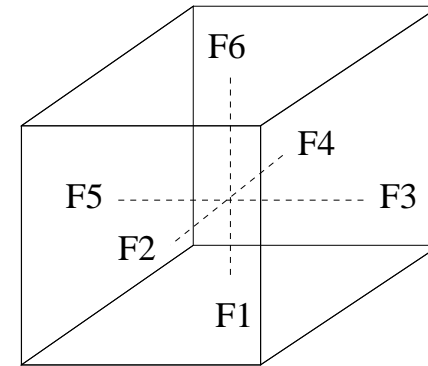
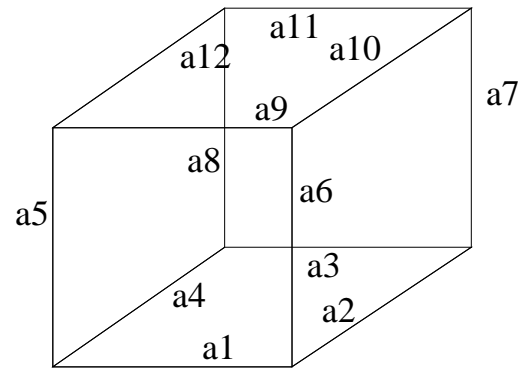
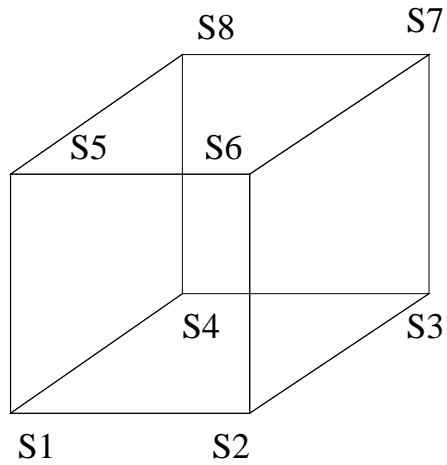
Une **Face**

- ▷ doit pointer sur une de ses arêtes incidentes
- ▷ contenir des informations géométriques (normales)

Un **Sommet**

- ▷ doit pointer sur une de ses arêtes incidentes
- ▷ contenir des informations géométriques (coordonnées)

Topologie du Modèle



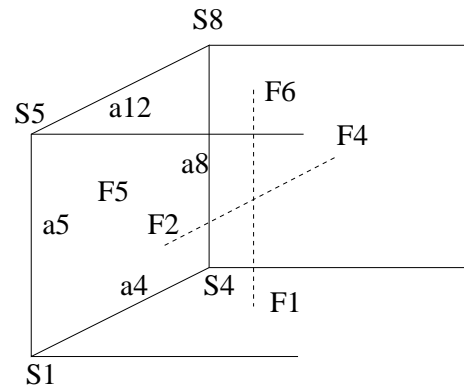
Topologie du Modèle

Arête (a)	S(1) (a)	S(2) (a)	F(1) (a)	F(2) (a)
a_1	S_1	S_2	F_1	F_2
a_2	S_2	S_3	F_1	F_3
a_3	S_3	S_4	F_1	F_4
a_4	S_4	S_1	F_1	F_5
a_5	S_1	S_5	F_2	F_5
a_6	S_2	S_6	F_3	F_2
a_7	S_3	S_7	F_4	F_3
a_8	S_4	S_8	F_5	F_4
a_9	S_5	S_6	F_2	F_6
a_{10}	S_6	S_7	F_3	F_6
a_{11}	S_7	S_8	F_4	F_6
a_{12}	S_8	S_5	F_5	F_6

Topologie du Modèle

Arête (a)	cw(1) (a)	ccw(1) (a)	cw(2) (a)	ccw(2) (a)
a_1	a_2	a_4	a_5	a_6
a_2	a_3	a_1	a_6	a_7
a_3	a_4	a_2	a_7	a_8
a_4	a_1	a_3	a_8	a_5
a_5	a_9	a_1	a_4	a_{12}
a_6	a_{10}	a_2	a_1	a_9
a_7	a_{11}	a_3	a_2	a_{10}
a_8	a_{12}	a_4	a_3	a_{11}
a_9	a_6	a_5	a_{12}	a_{10}
a_{10}	a_7	a_6	a_9	a_{11}
a_{11}	a_8	a_7	a_{10}	a_{12}
a_{12}	a_5	a_8	a_{11}	a_9

Topologie du Modèle



a	S(1)(a)	S(2)(a)
a_5	S_1	S_5
a_4	S_4	S_1
a_8	S_4	S_8
a_{12}	S_8	S_5

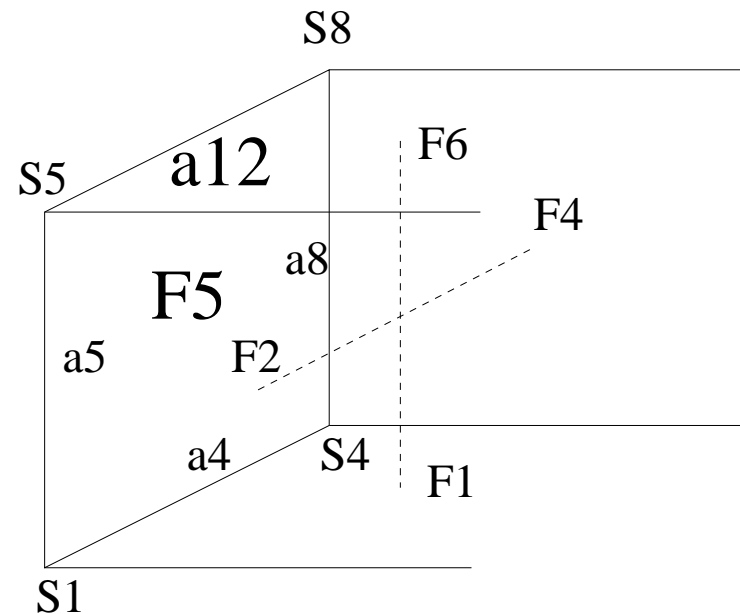
a	F(1)(a)	F(2)(a)
a_5	F_2	F_5
a_4	F_1	F_5
a_8	F_5	F_4
a_{12}	F_5	F_6

a	cw(1)(a)	ccw(1)(a)	cw(2)(a)	ccw(2)(a)
a_5	a_9	a_1	a_4	a_{12}
a_4	a_1	a_3	a_8	a_5
a_8	a_{12}	a_4	a_3	a_{11}
a_{12}	a_5	a_8	a_{11}	a_9

Topologie du Modèle

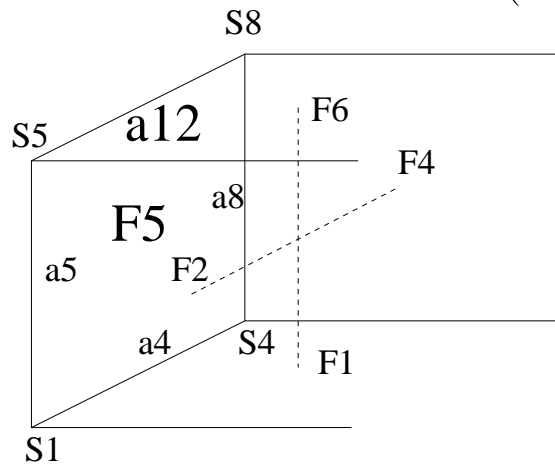
Hypothèses :

- ▷ On se donne une face (F_5)
- ▷ On se donne une arête (a_{12})



Topologie du Modèle

Liste des arêtes dans le sens (*cw*)



a_{12}

$$F(1)(a_{12}) = F_5$$

$$cw(1)(a_{12}) = a_5$$

a_5

$$F(2)(a_5) = F_5$$

$$cw(2)(a_5) = a_4$$

a_4

$$F(2)(a_4) = F_5$$

$$cw(2)(a_4) = a_8$$

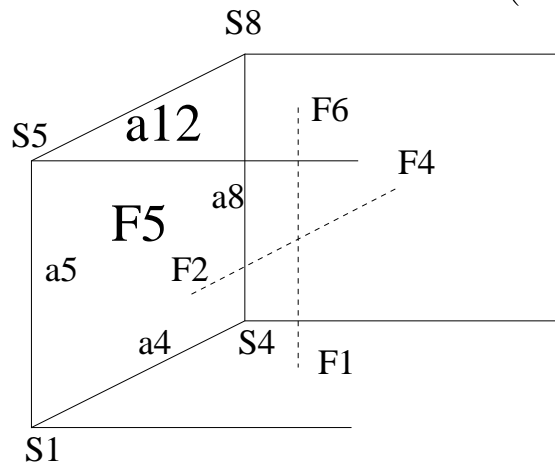
a_8

$$F(1)(a_8) = F_5$$

$$cw(1)(a_8) = a_{12}$$

Topologie du Modèle

Liste des arêtes dans le sens (*ccw*)



a_{12}

$$F(1)(a_{12}) = F_5$$

$$ccw(1)(a_{12}) = a_8$$

a_8

$$F(1)(a_8) = F_5$$

$$ccw(1)(a_8) = a_4$$

a_4

$$F(2)(a_4) = F_5$$

$$ccw(2)(a_4) = a_5$$

a_5

$$F(2)(a_5) = F_5$$

$$ccw(2)(a_5) = a_{12}$$

Relations d'Adjacences

Hypothèses

- ▷ Une face pointe sur une de ses arêtes adjacentes
- ▷ un sommet pointe sur une de ses arêtes incidentes
- ▷ une arête possède la structure Baumgart

Problème : Retrouver les 9 relations d'Adjacences

$$\begin{aligned} &S_d\{S\}, A_d\{S\}, F_d\{S\}, \\ &S_d\{A\}, A_d\{A\}, F_d\{A\}, \\ &S_d\{F\}, A_d\{F\}, F_d\{F\}. \end{aligned}$$

Adjacence de sommet : $S_d\{S\}$

▷ Un sommet donné : S_d

▷ pointant sur une de ces arêtes incidentes : $a(S_d)$

Parcours des sommets adjacents dans le sens trigonométrique (*ccw*)

```
a ← a(Sd)
si (Sd = S(1)(a))
  alors prem ← 1
        dern ← 2
  sinon prem ← 2
        dern ← 1
finsi
{S} ← S(dern)(a)
a ← ccw(prem)(a)
```

Adjacence de sommet : $S_d\{A\}$

▷ Un sommet donné : S_d

▷ pointant sur une de ces arêtes incidentes : $a(S_d)$

Parcours des arêtes incidentes dans le sens trigonométrique

$\{A\} \leftarrow a(S_d)$

si $(S_d = S(1)(a))$

alors $\text{prem} \leftarrow 1$

sinon $\text{prem} \leftarrow 2$

finsi

$\{A\} \leftarrow ccw(\text{prem})(a)$

$a \leftarrow ccw(\text{prem})(a)$

Adjacence de sommet : $S_d\{F\}$

▷ Un sommet donné : S_d

▷ pointant sur une de ces arêtes incidentes : $a(S_d)$

Parcours des faces adjacentes dans le sens trigonométrique

```
 $a \leftarrow a(S_d)$   
si  $(S_d = S(1)(a))$   
    alors  $\text{prem} \leftarrow 1$   
    sinon  $\text{prem} \leftarrow 2$   
finsi  
     $\{F\} \leftarrow F(\text{prem})(a)$   
     $a \leftarrow ccw(\text{prem})(a)$ 
```

Adjacence d'Arête : $A_d\{S\}$, $A_d\{A\}$, $A_d\{F\}$

La structure d'arête représentant la topologie du modèle

- ▷ pointeur sur les 4 ailes
- ▷ pointeur sur les 2 sommets incidents
- ▷ pointeur sur les 2 face incidentes

l'accès aux informations adjacentes est immédiat

Adjacence de Face : $F_d\{S\}$

▷ Une face donnée : F_d

▷ pointant sur une de ces arêtes incidentes : $a(F_d)$

Parcours des sommets adjacents dans le sens trigonométrique

```
 $a \leftarrow a(F_d)$   
si  $(F_d = F(1)(a))$   
  alors   prem  $\leftarrow 1$   
          dern  $\leftarrow 2$   
  sinon  prem  $\leftarrow 2$   
          dern  $\leftarrow 1$   
  
finsi  
   $\{S\} \leftarrow S(\text{dern})(a)$   
   $a \leftarrow ccw(\text{prem})(a)$ 
```

Adjacence de Face : $F_d\{A\}$

▷ Une face donnée : F_d

▷ pointant sur une de ces arêtes incidentes : $a(F_d)$

Parcours des arêtes incidentes dans le sens trigonométrique

$\{A\} \leftarrow a(F_d)$

si $(F_d = F(1)(a))$

alors $\text{prem} \leftarrow 1$

sinon $\text{prem} \leftarrow 2$

finsi

$\{A\} \leftarrow ccw(\text{prem})(a)$

Adjacence de Face : $F_d\{F\}$

▷ Une face donnée : F_d

▷ pointant sur une de ces arêtes incidentes : $a(F_d)$

Parcours des faces incidentes dans le sens trigonométrique

```
 $a \leftarrow a(F_d)$   
si  $(F_d = F(1)(a))$   
  alors  prem  $\leftarrow 1$   
          dern  $\leftarrow 2$   
  sinon  prem  $\leftarrow 2$   
          dern  $\leftarrow 1$   
finsi  
   $\{F\} \leftarrow F(\text{dern})(a)$   
   $a \leftarrow ccw(\text{prem})(a)$ 
```

Connexion d'Ailes

Toute la topologie du modèle repose sur les ailes

Hypothèses : les adjacences d'une arête A sont connues

- ▷ faces : $F(1)(A)$, $F(2)(A)$
- ▷ sommets : $S(1)(A)$, $S(2)(A)$

Problème : connexion d'arêtes A_i, A_j suivant que chaque sommet face est

- ▷ directs : $S(1)(A)$, $F(1)(A)$
- ▷ indirects : $S(2)(A)$, $F(2)(A)$ à chacune des deux arêtes A_i, A_j à connecter

Il existe huit possibilités de connexion

Connexion d'Ailes

Ailes (A_i, A_j : arêtes)

```
si ( $S(2)(A_i) = S(2)(A_j)$ ) alors
  si ( $F(1)(A_i) = F(2)(A_j)$ ) alors
     $cw(1)(A_i) \leftarrow A_j$ 
     $ccw(2)(A_j) \leftarrow A_i$ 
  sinon si ( $F(2)(A_i) = F(1)(A_j)$ ) alors
     $ccw(2)(A_i) \leftarrow A_j$ 
     $cw(1)(A_j) \leftarrow A_i$ 
si ( $S(1)(A_i) = S(1)(A_j)$ ) alors
  si ( $F(1)(A_i) = F(2)(A_j)$ ) alors
     $ccw(1)(A_i) \leftarrow A_j$ 
     $cw(2)(A_j) \leftarrow A_i$ 
  sinon si ( $F(2)(A_i) = F(1)(A_j)$ ) alors
     $cw(2)(A_i) \leftarrow A_j$ 
     $ccw(1)(A_j) \leftarrow A_i$ 
```

Connexion d'Ailes

si $(S(1)(A_i) = S(2)(A_j))$ **alors**
 si $(F(1)(A_i) = F(1)(A_j))$ **alors**
 $ccw(1)(A_i) \leftarrow A_j$
 $cw(1)(A_j) \leftarrow A_i$
 sinon si $(F(2)(A_i) = F(2)(A_j))$ **alors**
 $cw(2)(A_i) \leftarrow A_j$
 $ccw(2)(A_j) \leftarrow A_i$
si $(S(2)(A_i) = S(1)(A_j))$ **alors**
 si $(F(1)(A_i) = F(1)(A_j))$ **alors**
 $cw(1)(A_i) \leftarrow A_j$
 $ccw(1)(A_j) \leftarrow A_i$
 sinon si $(F(2)(A_i) = F(2)(A_j))$ **alors**
 $ccw(2)(A_i) \leftarrow A_j$
 $cw(2)(A_j) \leftarrow A_i$

Structure Arête-Ailée

Structure Baumgart adaptée à une représentation de polyèdres orientés

- ▷ modèle topologique complet (ailes d'arêtes)
- ▷ prise en compte de la géométrie (coordonnées, normales)

parcours topologique des modèles par

- ▷ les neufs relations d'adjacences
- ▷ et la connexion d'ailes suivant les huit cas existants

Problème de construction construction du modèle:

- ▷ opérateurs atomiques : opérateurs d'Euler

Opérateurs d'Euler

Problèmes

- ▷ comment créer le modèle ?
- ▷ comment insérer un élément ?
- ▷ comment supprimer un élément ?

en vérifiant la cohérence volumique du modèle

Solution

- ▷ Opérateurs “atomiques” vérifiant la cohérence topologique des polyèdres

Première Equation

Pour les modèles de genre zéro, homéomorphe à une sphère, les opérateurs doivent vérifier la relation d' Euler

$$F - A + S = 2$$

- ▷ F : nombre de faces
- ▷ A : nombre d'arêtes
- ▷ S : nombre de sommets

Exemple du cube : $F = 6$, $A = 12$, $S = 8$

Deuxième Equation

Pour les modèles plus complexes

$$F - A + S = 2(C - G) + T$$

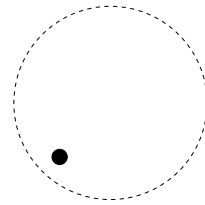
- ▷ C : nombre de composantes connexes
- ▷ G : genre du modèle
- ▷ T : nombre de trous du modèle

En anglais : $F - E + V = 2(S - G) + H$

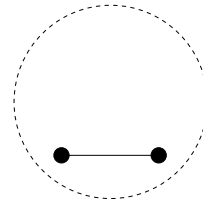
- ▷ **F**ace : **F**ace
- ▷ **E**dge : **A**rête
- ▷ **V**ertex : **S**ommet
- ▷ **S**hell : **C**onnexe
- ▷ **G**enus : **G**enre
- ▷ **H**ole : **T**rou

Modèles simples

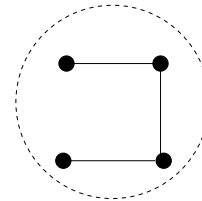
$$F - E + V = 2$$



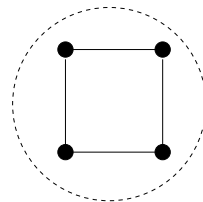
mvsf()



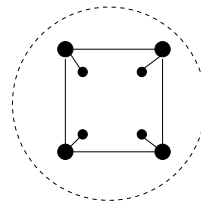
mev()



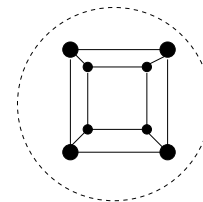
mev()
mev()



mef()



mev()
mev()
mev()
mev()



mef()
mef()
mef()
mef()

Modèles simples

Modèles de genre zéro : Trois opérateurs de construction

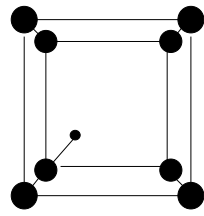
1. **mvsf** () : Créer un Sommet, une Composante, une Face.
2. **mev** () : Créer un Sommet, une Arête.
3. **mef** () : Créer une Arête, une Face.

et les opérateurs inverses

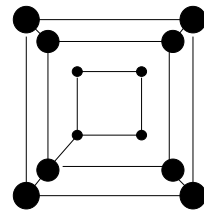
1. **kvsf** () : Détruire un Sommet, une Composante, une Face.
2. **kev** () : Détruire un Sommet, une Arête.
3. **kef** () : Détruire une Arête, une Face.

Modèles complexes

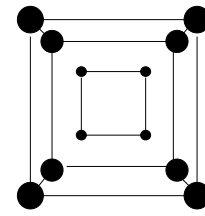
$$F - E + V = 2(S - G) + H$$



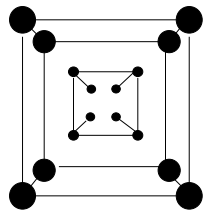
mev()



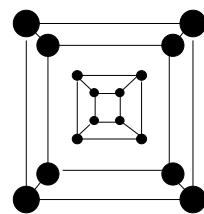
mev()
mev()
mev()
mef()



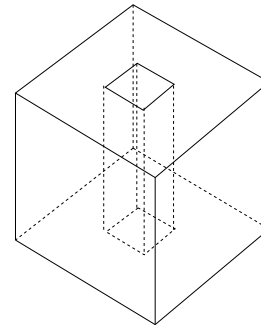
kemh()



mev()
mev()
mev()
mev()



mef()
mef()
mef()
mef()
kfmgh()



Modèles complexes

Deux opérateurs supplémentaires

1. **kemh**() : Détruire une Arête, Créer un Trou
2. **kfmgh**() : Détruire une Face, Créer un Trou, un Genre

et leur opposés

1. **mekh**() : Créer une Arête, Détruire un Trou
2. **mfkgh**() : Créer une Face, Détruire un Trou, un Genre

Un opérateur supplémentaire est souvent utilisé

- ▷ **semv**() : Couper une arête en deux, créer un Sommet
 - ▷ **jekv**() : Joindre deux Arêtes, Détruire un Sommet
- équivalent topologique de l'opérateur **mev**()

Exemple d'opérateur

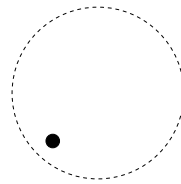
```
semv(Edge edge)
  Edge  new_e;
  Vertex new_v;
  new_v <- mv( s(2)(edge) );
  new_e <- me( edge ) ;
  s(1)(new_e) <- new_v ;
  s(2)(new_e) <- s(2)(edge) ;
  f(1)(new_e) <- f(1)(edge) ;
  f(2)(new_e) <- f(2)(edge) ;

  if ( a(s(2)(edge)) = edge ) then a(s(2)(edge)) <- new_e ;
  s(2)(edge) <- new_v ;
  a(new_v) <- new_e ;

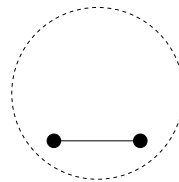
  ailes( cw(1)(edge) , new_e ) ;
  ailes( ccw(2)(edge) , new_e ) ;
  cw(1)(edge) <- new_e ;
  ccw(2)(edge) <- new_e ;
  cw(2)(new_e) <- edge ;
  ccw(1)(new_e) <- edge ;
```

Deuxième Equation

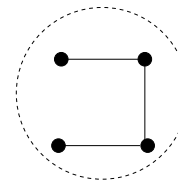
$$F - A + S = 2(C - G) + T$$



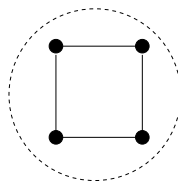
mvsf()



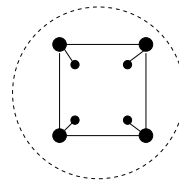
mev()



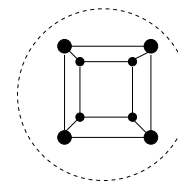
mef()
mev()



mef()



mev()
mev()
mev()
mev()

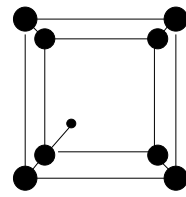


mef()
mef()
mef()
mef()

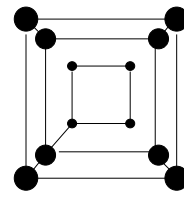
$$F = 6, A = 12, S = 8, C = 1, G = 0, T = 0$$

Deuxième Equation

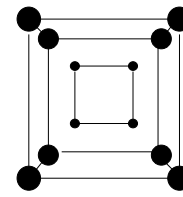
$$F - A + S = 2(C - G) + T$$



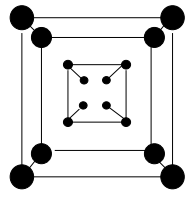
mev()



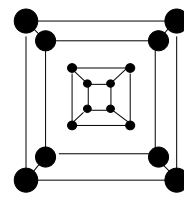
mev()
mev()
mev()
mef()



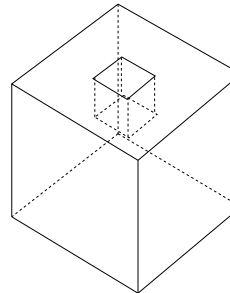
kemh()



mev()
mev()
mev()
mev()



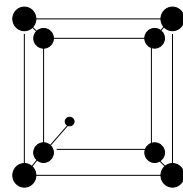
mef()
mef()
mef()
mef()



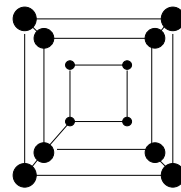
$$F = 11, A = 24, S = 16, C = 1, G = 0, T = 1$$

Deuxième Equation

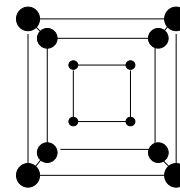
$$F - A + S = 2(C - G) + T$$



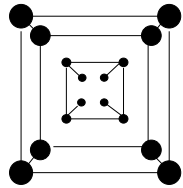
mev()



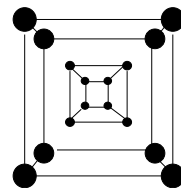
mev()
mev()
mev()
mef()



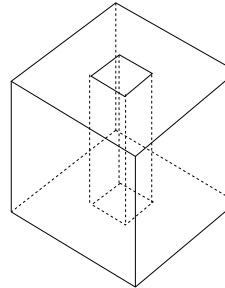
kemh()



mev()
mev()
mev()
mev()



mef()
mef()
mef()
mef()
kfingh()



$$F = 10, A = 24, S = 16, C = 1, G = 1, T = 2$$

Conclusion

Les opérateurs d' Euler ont pour but de créer des

▷ entités élémentaires

de manière à réaliser des modèles volumiques qui soient des

▷ polyèdres orientés

Tout opérateur doit vérifier la relation d' Euler

$$F - A + S = 2 (C - G) + T$$

Conclusion

Pour créer des modèles de genre zéro, trois opérateurs suffisent

1. $mvsf()$: Sommet, Composante, Face
2. $mev()$: Sommet, Arête
3. $mef()$: Arête, Face

Pour les modèles de genre supérieur, deux opérateurs supplémentaires

- ▷ $kemh()$: Détruire Arête, Créer Trou
- ▷ $kfmgh()$: Détruire Face, Créer Trou, Genre

N.B. : $semv()$ représente le même opérateur (au sens eulérien) que $mev()$

Conclusion

Objectif premier de la modélisation BReps

- ▷ création de Polyèdres Orientés

Trois structures nécessaires pour la réalisation de ces modèles

- ▷ Faces, Arêtes, Sommets

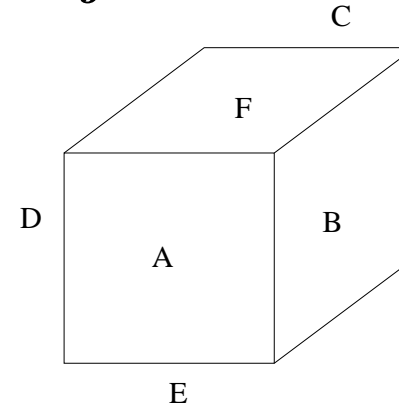
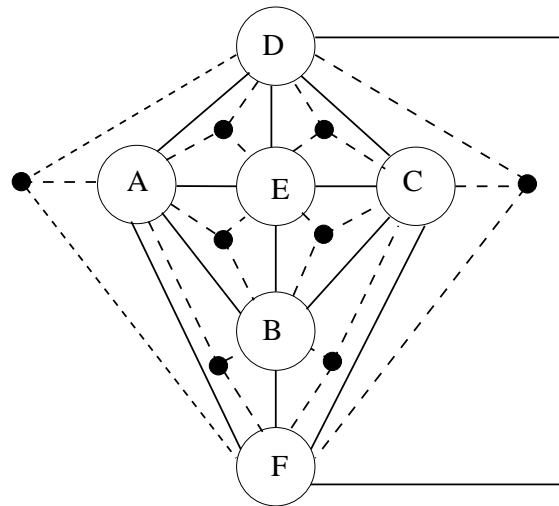
Ces structures doivent définir complètement le modèle d'un point de vue




- ▷ géométrique (coordonnées de sommets, normales de faces, ...)
- ▷ topologique (relations d'adjacences, ...)

La structure Baumgart prend en compte la topologie au niveau de l'arête.

Conclusion

Topologie au niveau des faces : **Graphe d'Adjacence de Faces**

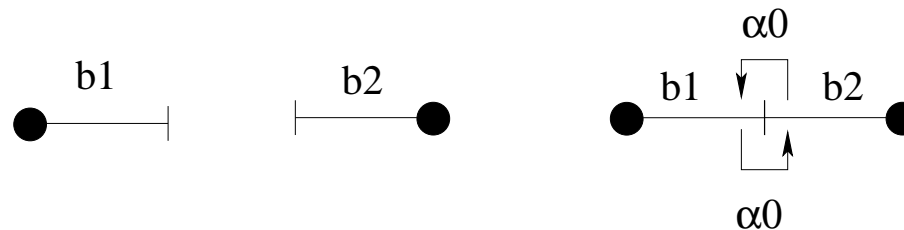


-  Noeud : Face
-  Arc : face induite par aretes
-  Hyperarc : face induite par sommets

Cartes Topologiques: n-G-maps

▷ Cartes généralisées de dimension N

Element de base : le **Brin**, représente une demi-arête d'un graphe



Tout autre élément d'une carte

Arête, Sommet, Face, Volume, ...

s'en déduit par **orbite** de brin

Définitions

Une carte généralisée de dimension n est un $(n+2)$ -uplet : $(B, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$

- ▷ B : ensemble non-vide de brins
- ▷ $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}$: involutions sans point fixe
- ▷ $\forall i \in \{0, 1, \dots, n-2\}, \forall j \in \{i+2, \dots, n\}, (\alpha_i \alpha_j)$ est une involution
- ▷ α_n est une involution

Une fonction f est une **involution** sur un ensemble B ssi :

$$\forall b \in B, f^2(b) = b$$

Une fonction f est une involution **sans point fixe** (sans bords) ssi :

$$\forall b \in B, f^2(b) = b$$

$$\forall b \in B, f(b) \neq b$$

0-G-maps, 1-G-maps

Structure de données de brin d'une 0-G-maps : (B, α_0)

- ▷ pointeur (α_0) sur un brin
- ▷ pointeur d'immersion 3D (coordonnées)

Orbite de brin d'une 0-G-map

- ▷ ensemble des brins atteignables à partir d'un brin (b) en appliquant α_0

Notation : $\langle \alpha_0 \rangle (b)$ ou $(b\alpha_0^*)$

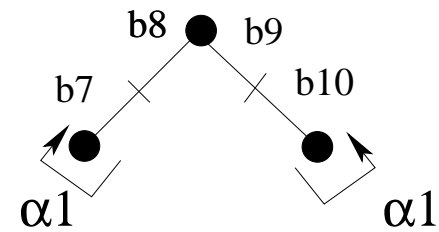
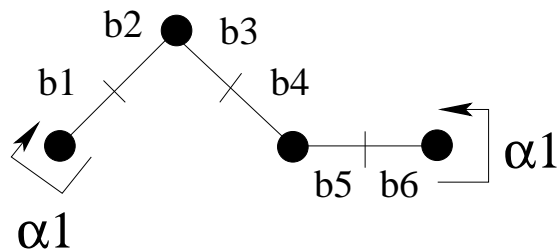
Carte généralisée de dimension 1 : (B, α_0, α_1)

- ▷ (B, α_0) : 0-G-carte sans bords
- ▷ α_1 : opération de couture entre brins

Structure de données de brin d'une 1-G-maps

- ▷ celle d'une 0-G-maps
- ▷ pointeur supplémentaire, (α_1) , sur un brin

Opération de Couture



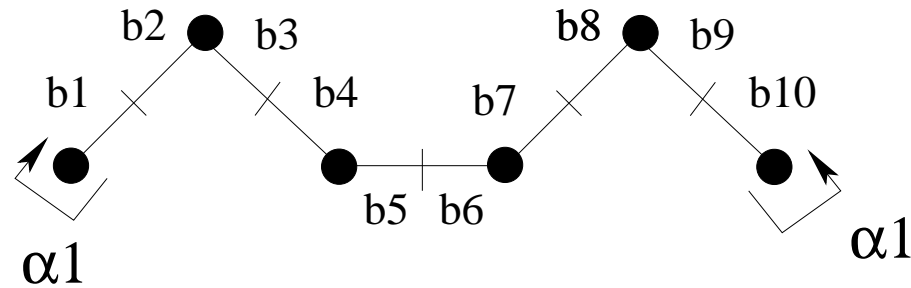
Avant couture des brins b_6, b_7

▷ $\langle \alpha_0 \rangle (b_6) : \{b_6, b_5\}$, $\langle \alpha_0 \rangle (b_7) : \{b_7, b_8\}$

▷ $\langle \alpha_1 \rangle (b_6) : \{b_6\}$, $\langle \alpha_1 \rangle (b_7) : \{b_7\}$

▷ $\langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b_6) : \{b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1\}$, $\langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b_7) : \{b_7, b_8, b_9, b_{10}\}$

Opération de Couture

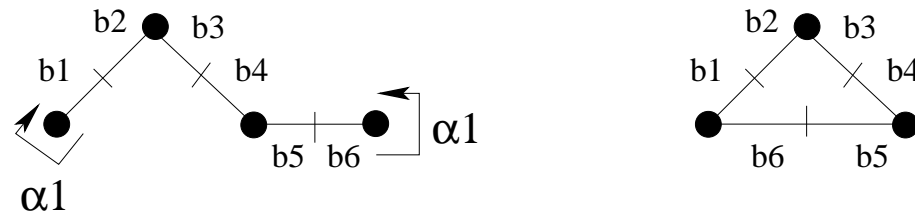


Après couture des brins b_6, b_7

- ▷ $\langle \alpha_0 \rangle (b_6) : \{b_6, b_5\}, \langle \alpha_0 \rangle (b_7) : \{b_7, b_8\}$
- ▷ $\langle \alpha_1 \rangle (b_6) : \{b_6, b_7\} = \langle \alpha_1 \rangle (b_7) : \{b_7, b_6\}$
- ▷ $\langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b_6) = \langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b_7) : \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9, b_{10}\}$

Opération de couture

Obtention d'un cycle élémentaire



Avant couture des brins b_1, b_6

$$\triangleright \langle \alpha_1 \rangle (b_1) : \{b_1\}, \langle \alpha_1 \rangle (b_6) : \{b_6\}$$

$$\triangleright \langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b_1) = \langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b_6) : \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6\}$$

Après couture

$$\triangleright \langle \alpha_1 \rangle (b_1) = \langle \alpha_1 \rangle (b_6) : \{b_1, b_6\},$$

$$\triangleright \langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b_1) = \langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b_6) : \{b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1\}$$

Opération de couture

Avant couture des brins b_1, b_6

$$\triangleright \alpha_0 : \{(b_1, b_2), (b_3, b_4), (b_5, b_6)\}$$

$$\triangleright \alpha_1 : \{(b_1), (b_2, b_3), (b_4, b_5), (b_6)\}$$

α_1 : involution

Après couture

$$\triangleright \alpha_0 : \{(b_1, b_2), (b_3, b_4), (b_5, b_6)\}$$

$$\triangleright \alpha_1 : \{(b_1, b_6), (b_2, b_3), (b_4, b_5)\}$$

α_1 : involution sans point fixe

Tout orbite de brin de la 1-G-map définie alors une cellule de dimension 2

2-G-maps

Carte généralisée de dimension 2 : $(B, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$

- ▷ (B, α_0, α_1) : 1-G-carte sans bords
- ▷ $\forall b, \langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b)$: cellule 2D (faces)
- ▷ α_2 : involution telle que
 - ◇ $\alpha_0\alpha_2 = \alpha_2\alpha_0$

α_2 : opération de couture de faces par leurs arêtes ($\alpha_0\alpha_2$)

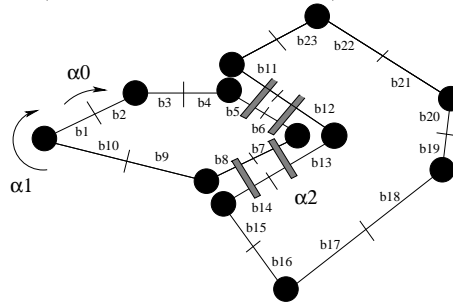
Les 2-G-maps modélisent les subdivisions de surfaces 3D

Association Orbite / Géométrie pour un brin (b)

- ▷ $\langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b)$: Face incidente
- ▷ $\langle \alpha_0 \rangle (b)$: Arête incidente
- ▷ $\langle \alpha_1, \alpha_2 \rangle (b)$: Sommet incident

2-G-maps

Exemple de carte généralisée $(B, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$



$$\triangleright \langle \alpha_0 \rangle (b_4) = \{b_4, b_3\}$$

$$\triangleright \langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b_5) = \{b_5, b_6, b_7, b_8, b_9, b_{10}, b_1, b_2, b_3, b_4\}$$

$$\triangleright \langle \alpha_1, \alpha_2 \rangle (b_6) = \{b_6, b_7, b_{13}, b_{12}\}$$

Les 3-G-maps suffisent à modéliser

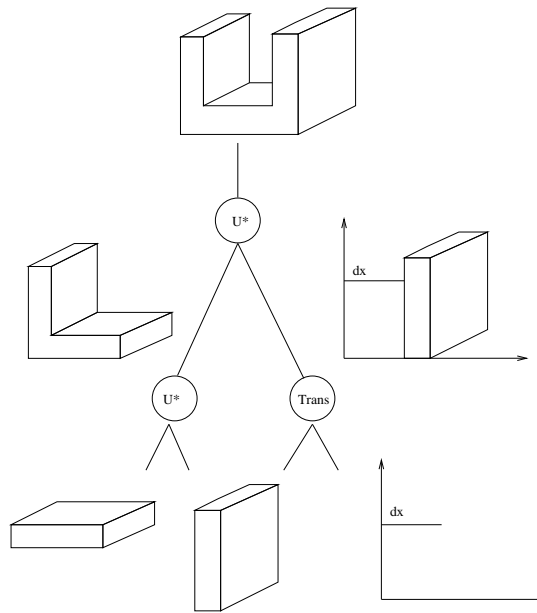
▷ des solides de dimension 3

▷ avec ou sans bords

▷ orientés ou non (anneau de Mœbius, Bouteille de Klein, ...)

Représentation volumique: CSG

Constructive Solid Geometry



Introduction

Noeud : informations sur les transformations et opérations booléennes

```
typedef struct _noeud {
    char* opbool ;
    float mat[4][4] ;
    struct _noeud *fd;
    struct _noeud *fg ;
    Feuille* feuille ;
} Arbre ;
```

Feuille : informations sur la géométrie des primitives (solides simples))

```
typedef struct {
    float vecteur[4] ; /* definition de point */
    ...                /* autres informations */
} Feuille ;
```

Demi-Espaces

Définition d'une primitive : Intersection de demi-espaces

$$\frac{1}{2} \text{ Espace} = \{ \vec{P}(x, y, z) \quad / \quad f(P) \geq 0 \}$$

Exemple du cube

$$E = E_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap E_4 \cap E_5 \cap E_6$$

Où :

$$E_1 = \{ P/x \geq 0 \}$$

$$E_2 = \{ P/x \leq 1 \}$$

$$E_3 = \{ P/y \geq 0 \}$$

$$E_4 = \{ P/y \leq 1 \}$$

$$E_5 = \{ P/z \geq 0 \}$$

$$E_6 = \{ P/z \leq 1 \}$$

Primitives Bornées

Surface délimitant une région fermée de l'espace.

Primitives bornées les plus courantes : **Surfaces Quadriques**

$$f(x, y, z) = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Exemple d'une sphère de rayon R

$$f(x, y, z) = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Primitives Bornées

Surface de Révolution : balayage de courbe autour d'un axe

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

▷ courbe paramétrique dans le plan (O, \vec{i}, \vec{k})

$$\overrightarrow{OP}_1(u) = p(u) \vec{i} + q(u) \vec{k}$$

▷ axe de rotation : \vec{k}

$$\overrightarrow{OP}(u, v) = \begin{bmatrix} \cos v & -\sin v & 0 & 0 \\ \sin v & \cos v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(u) \\ 0 \\ q(u) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Primitives Bornées

Surface d'Extrusion : balayage de courbe (fermée) sur une courbe ouverte.

▷ courbe paramétrique dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j})

$$\overrightarrow{OP_1}(u) = p(u) \vec{i} + q(u) \vec{j}$$

▷ courbe paramétrique dans le plan (O, \vec{j}, \vec{k})

$$\overrightarrow{OP_2}(v) = q'(v) \vec{j} + r'(v) \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OP}(u, v) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q'(v) \\ 0 & 0 & 1 & r'(v) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(u) \\ q(u) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Principes de calcul

Création de modèle

- ▷ primitives bornées (feuilles)
- ▷ transformations géométrique (nœuds)
- ▷ opérations ensemblistes (nœuds)

Traitement sur le modèle

- ▷ paradigme diviser pour régner (Divide & Conquer)
- ▷ récursivité sur un arbre binaire

Récurtivité

```
Prop* prop_arbre( Arbre* arbre, void* arg ) {  
    if ( arbre -> opbool == NULL )  
/* primitive */  
    return prop_prim( arbre, arg );  
  
/* operation booleenne */  
    else  
        return div_regne( prop_arbre( arbre -> filsd, arg ),  
                           prop_arbre( arbre -> filsg, arg ), arbre -> opbool );  
}
```

Deux fonctions à implémenter

- ▷ Traitement géométrique (Prop* prop_prim())
- ▷ Traitement booléen (Prop* div_regne())

Récurtivité

Intérêt pour la synthèse d'image

- ▷ Classification d'Appartenance (modélisation géométrique 3D)
- ▷ Suivi de rayon (Ray-Tracing en Rendu Réaliste)

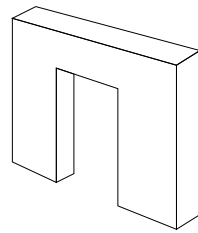
Opérations booléennes usuelles

- ▷ Union (\cup , +)
- ▷ Intersection (\cap , &)
- ▷ Différence ($-$)

Opérations booléennes régulières : \cup^* , \cap^* , $-^*$

vérifier la cohérence volumique du modèle

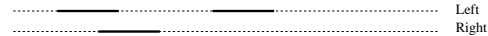
Classification d'Appartenance



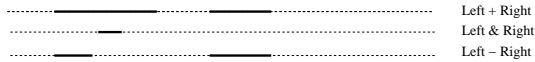
Left



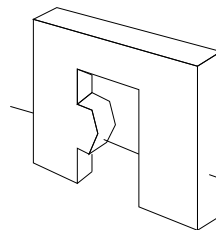
Right



Left
Right



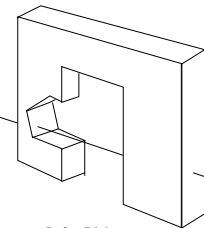
Left + Right
Left & Right
Left - Right



Left + Right



Left & Right



Left - Right

Classification d'Appartenance

- ▷ Traitement géométrique sur les primitives (fonction `prop_prim()`)
 - ◇ Calculs d'intersection : Segment de droite / surface primitive
- ▷ Traitement Booléen (fonction `div_regne()`)
déterminer les parties du segment (S) par rapport aux
 - ◇ fils gauche (L) : S_{onL} , S_{inL} , S_{outL}
 - ◇ fils droit (R) : S_{onR} , S_{inR} , S_{outR}

Traitement Géométrique

Exemple d'intersection de droite / sphère

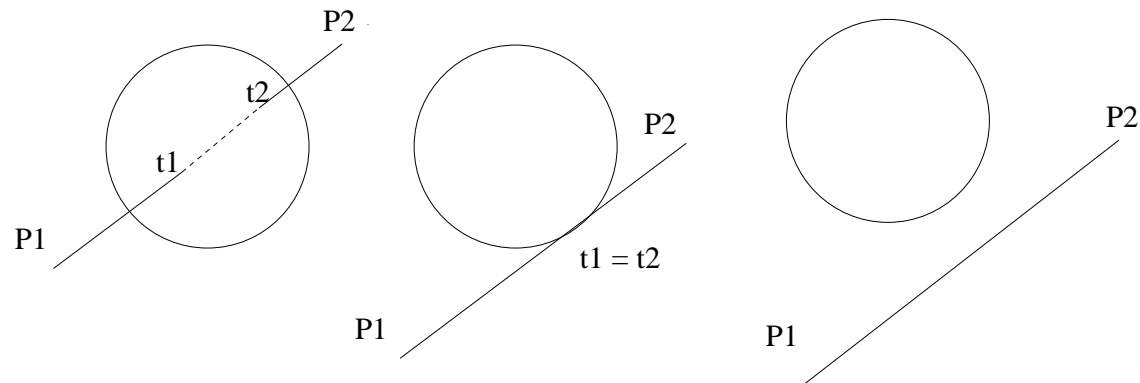
▷ Equation analytique de sphère

$$x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$$

▷ Equation paramétrique de segment de droite

$$d(t) = P_1 + t(P_2 - P_1)$$

avec : $t \in [0, 1]$



Traitement Géométrique

Système à résoudre

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= R^2 \\x &= x_1 + t(x_2 - x_1) \\y &= y_1 + t(y_2 - y_1) \\z &= z_1 + t(z_2 - z_1)\end{aligned}$$

Solutions :

- ▷ Aucune racine réelle : pas d'intersection
- ▷ Racine double (t) : droite tangente
- ▷ Deux racines distinctes (t_1, t_2) : intersection

Traitement Booléen

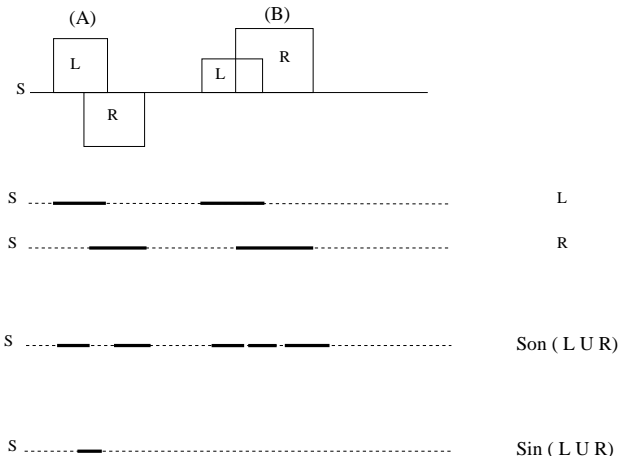
Sur les deux sous-arbres droit (R) et gauche (L)

▷ $S_{onL}, S_{inL}, S_{outL}$

▷ $S_{onR}, S_{inR}, S_{outR}$

SetOperator	Left	Right	Composite
<i>Union</i> (\cup^*)	S_{inL}	S_{inR}	$S_{in}(L \cup^* R)$
	S_{inL}	S_{outR}	$S_{in}(L \cup^* R)$
	S_{outL}	S_{inR}	$S_{in}(L \cup^* R)$
	S_{outL}	S_{outR}	$S_{out}(L \cup^* R)$
<i>Intersection</i> (\cap^*)	S_{inL}	S_{inR}	$S_{in}(L \cap^* R)$
	S_{inL}	S_{outR}	$S_{out}(L \cap^* R)$
	S_{outL}	S_{inR}	$S_{out}(L \cap^* R)$
	S_{outL}	S_{outR}	$S_{out}(L \cap^* R)$
<i>Difference</i> ($-^*$)	S_{inL}	S_{inR}	$S_{out}(L -^* R)$
	S_{inL}	S_{outR}	$S_{in}(L -^* R)$
	S_{outL}	S_{inR}	$S_{out}(L -^* R)$
	S_{outL}	S_{outR}	$S_{out}(L -^* R)$

Indétermination ON/ON



▷ L, R non-disjoints : $L_{on_s}R(R_{on_s}L)$,

▷ L, R disjoints : $L_{on_{op}}R(R_{on_{op}}L)$

Opérations booléennes régulières

$$L \cup^* R = L_{out}R + R_{out}L + L_{on_s}R$$

$$L \cap^* R = L_{in}R + R_{in}L + L_{on_s}R$$

$$L -^* R = L_{out}R + R_{in}L + L_{on_{op}}R$$

Conclusion

La modélisation de type C.S.G. regroupe les notions de

- ▷ structure d'arbre binaire
- ▷ transformations disponibles
- ▷ demi-espaces / primitives bornées
- ▷ régularité d'opérations booléennes

Les problèmes d'une telle représentation sont

- ▷ quelles primitives ?
- ▷ transformations, déformations ?
- ▷ calculs d'intersections (droite/primitive, courbe/surface, ...)
- ▷ indétermination ON / ON ?

Modélisation Fractale

Modèle Fractale : objets auto-similaires (Mandelbrot)

- ▷ mouvement brownien
- ▷ côtes de Bretagne, montagnes
- ▷ poumons, reins
- ▷ nuages, choux-fleurs

L-Systèmes : modèles graphicaux

- ▷ fractals
- ▷ croissance de plantes

Dimension Fractale

Dimension Euclidienne entière

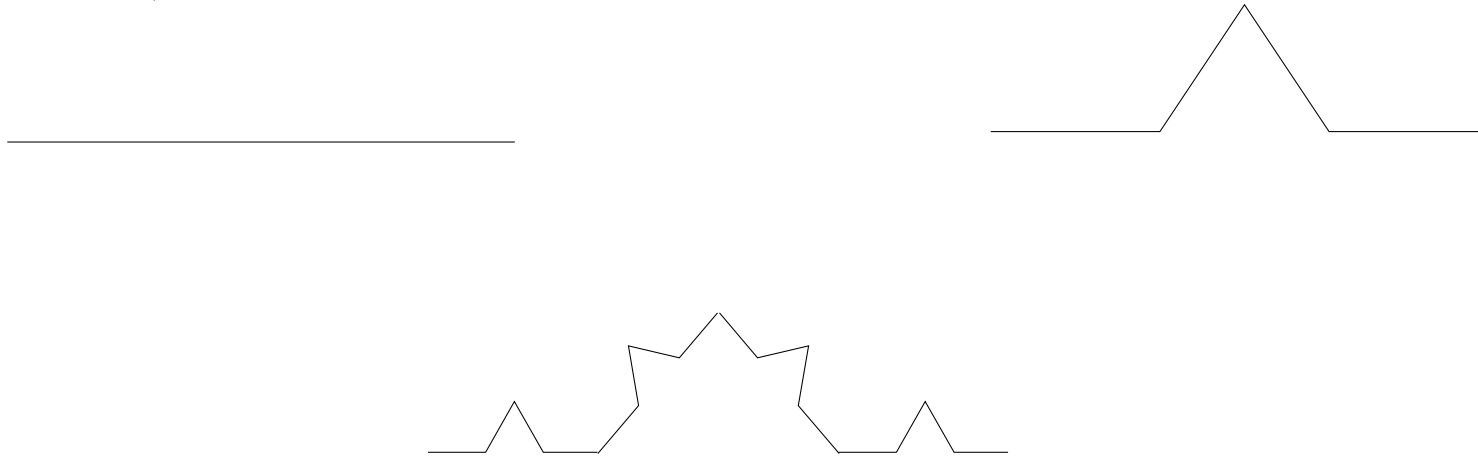
- ▷ ligne : dimension 1
- ▷ rectangle : dimension 2
- ▷ cube : dimension 3

Dimension fractale: $N = (\frac{1}{L})^d$

- ▷ N : nombre de pas nécessaires pour parcourir la courbe
- ▷ L : longueur (résolution) fixée pour le pas
- ▷ d : dimension fractale

Dimension Fractale

Courbe de Van Koch



diviser la longueur L par 3 revient à multiplier le pas N par quatre

$$4\left(\frac{1}{L}\right)^d = \left(\frac{L}{3}\right)^{-d}$$

la dimension fractale est donc : $d = \frac{\log(4)}{\log(3)} = 1.2618\dots$

Dimension Fractale

Un carré de dimension 2 (d) est auto-similaire à

▷ quatre (N) copies

▷ deux fois (L) plus petites que lui

$$4\left(\frac{1}{L}\right)^d = \left(\frac{L}{2}\right)^{-d}$$

La dimension (fractale) est : $d = \frac{\log(4)}{\log(2)} = 2$

Cube de dimension 3 (auto-similaire à 8 copies 2 fois plus petites)

$$8\left(\frac{1}{L}\right)^d = \left(\frac{L}{2}\right)^{-d}$$

La dimension (fractale) est : $d = \frac{\log(8)}{\log(2)} = 3$

Modélisation de Plantes

L-Systems: Aristid Lindenmayer et Przemyslaw Prusinkiewicz

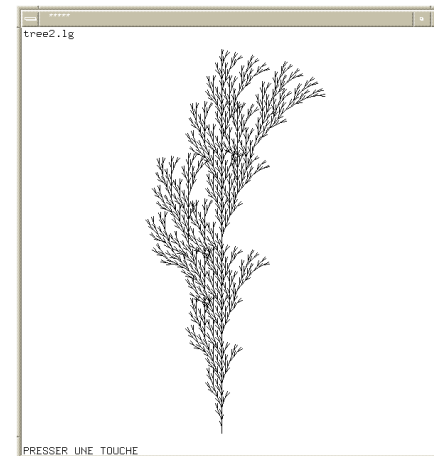
- ▷ un motif
- ▷ un générateur de motif

Développement de plantes représenté par:

- ▷ une grammaire
- ▷ des règles de réécriture

```
depth 5 ;  
angle 20 ;
```

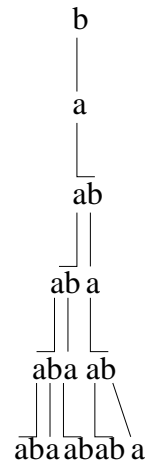
```
F ;  
F --> F [ + F ] F [ - F ] [ F ] ;
```



L-Systèmes

Exemple sur un alphabet (a,b)

- ▷ un motif : b
- ▷ générateur : $a \rightarrow ab$
- ▷ générateur : $b \rightarrow a$



Définition

- ▷ L-Système : $G = \langle V, \omega, P \rangle$
- ▷ V : alphabet
- ▷ V^* : ensemble de tous les mots sur V
- ▷ V^+ : ensemble non-vidé de mots sur V
- ▷ $\omega \in V^+$: axiome (motif)
- ▷ $P \subset V \times V^*$: ensemble de production (générateurs)
- ▷ une production $(a, \chi) \in P$, notée $a \rightarrow \chi$

Modèle de la Tortue

Interprétation

- ▷ état de la tortue : (x, y, α)
 - ◇ (x, y) : position
 - ◇ α : direction
- ▷ pas de la tortue : d
- ▷ virage : δ

Modèle de la Tortue

Comportement

- ▷ F : avancer d'un pas (x', y', α)
 - ◇ $x' = x + d\cos\alpha$
 - ◇ $y' = y + d\sin\alpha$
 - ◇ ligne entre (x, y) et (x', y')
- ▷ f : avancer d'un pas sans tracer de ligne
- ▷ $+$: tourner à gauche $(x, y, \alpha + \delta)$
- ▷ $-$: tourner à droite $(x, y, \alpha - \delta)$

Modèle de la Tortue

Exemple : Ile quadratique de KOCH

$$\triangleright \omega : F - F - F - F$$

$$\triangleright p : F \rightarrow F - F + F + FF - F - F + F$$

avec

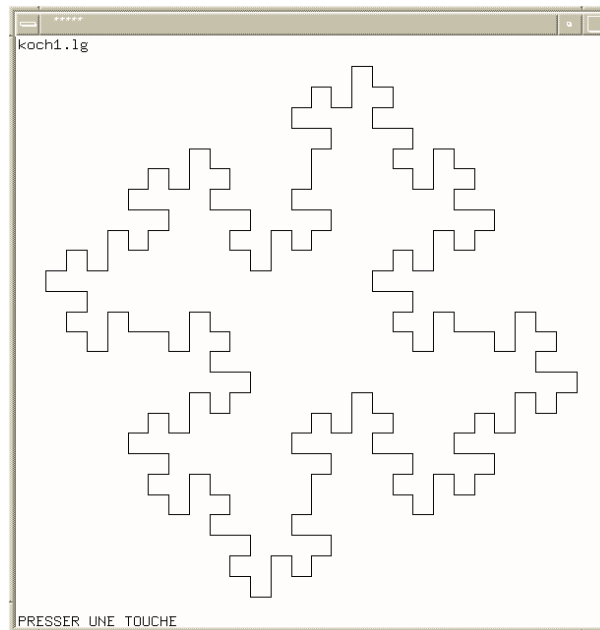
$$\triangleright \delta = 90^\circ$$

$$\triangleright d \leftarrow \frac{d}{4} \text{ à chaque dérivation}$$

Modèle de la Tortue

```
depth 2 ;  
angle 90 ;
```

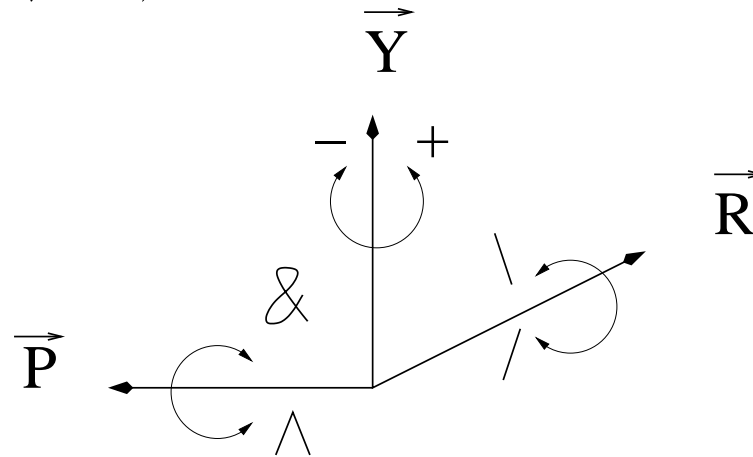
```
F - F - F - F ;  
F --> F - F + F + F F - F - F + F ;
```



Modèle de la Tortue

Extension 3D du modèle de la tortue : repère \vec{R} , \vec{P} , \vec{Y}

- ▷ \vec{R} : direction d'avancée (roulis/roll)
- ▷ \vec{P} : virages (tanguage/pitch)
- ▷ \vec{Y} : altitude (lacet/yaw)



Extension 3D

Rotation autour de l'axe de roulis (Roll)

$$[R_R(\alpha)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

Rotation autour de l'axe de tangage (Pitch)

$$[R_P(\alpha)] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

Rotation autour de l'axe des lacets (Yaw)

$$[R_Y(\alpha)] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Symboles

1. Lacet (Yaw) :

(a) + : tourner à gauche d'un angle δ ($R_Y(\delta)$)

(b) - : tourner à droite d'un angle δ ($R_Y(-\delta)$)

2. Tanguage (Pitch):

(a) & : tourner en hauteur d'un angle δ ($R_P(\delta)$)

(b) Λ : tourner en bas d'un angle δ ($R_P(-\delta)$)

3. Roulis (Roll) :

(a) \ : tourner autour du sens de déplacement d'un angle δ ($R_R(\delta)$)

(b) / : tourner autour du sens de déplacement d'un angle $-\delta$ ($R_R(-\delta)$)

4. | : virage à 180 degré ($R_Y(180^\circ)$)

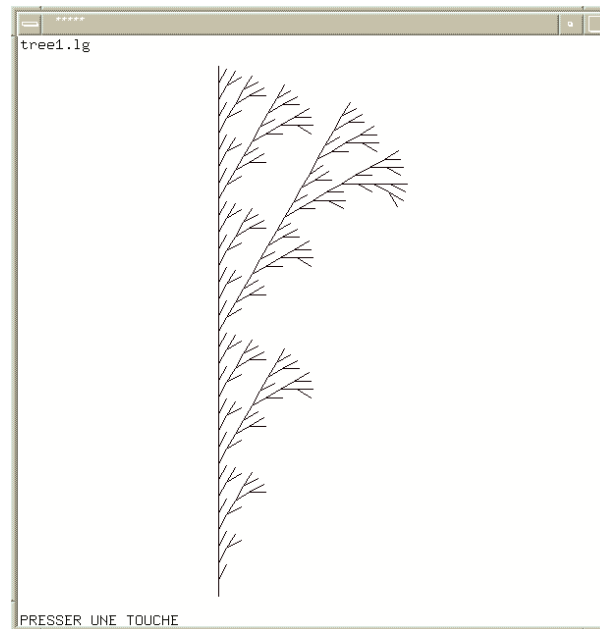
Croissance d'arbre

Structure d'arbre : deux nouveaux symboles nécessaires

- ▷ [: mémorisation des caractéristiques courantes
 - ◇ position
 - ◇ orientation
 - ◇ couleur
 - ◇ largeur de ligne
 - ◇ ...
- ▷] : restauration de l'état mémorisé

Croissance d'arbre

```
depth 5 ;  
angle 30 ;  
  
F ;  
F --> F [ - F ] F ;
```



L-Système Contextuel

Prise en compte de l'environnement :

▷ symboles : \langle , \rangle

▷ production : $a_l \langle a \rangle a_r \rightarrow \chi$

◇ $a \rightarrow \chi$

◇ **si et seulement si** a est précédé par a_l et suivi par a_r

Exemple

▷ ω : *baaaaaa*

▷ p_1 : $b \langle a \rangle \rightarrow b$

▷ p_2 : $b \rightarrow a$

L-Système Contextuel

Ignorer en fonction du contexte

▷ **#ignore:** + -

L-Systemes Propagation de la racine aux sommet

▷ # ignore: + -

▷ ω : $F_b[+F_a]F_a[-F_a]F_a[+F_a]F_a$

▷ $F_b < F_a \rightarrow F_b$

Propagation du sommet à la racine

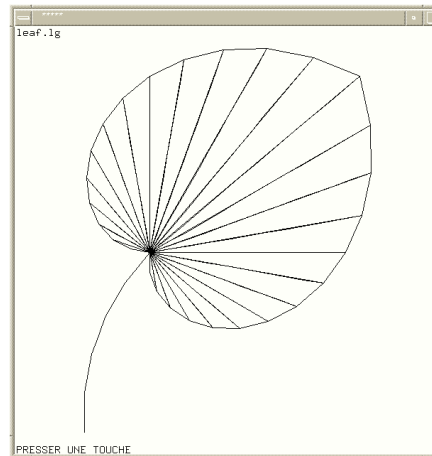
▷ # ignore: +-

▷ ω : $F_a[+F_a]F_a[-F_a]F_a[+F_a]F_b$

▷ $F_a > F_b \rightarrow F_b$

Autres Symboles

- ▷ structure de feuille : { et } (frontières)
- ▷ diminution de la taille de segments : ! (diminution)
- ▷ couleur : ' (incrémentation index)
- ▷ fonctions de croissances
- ▷ ...



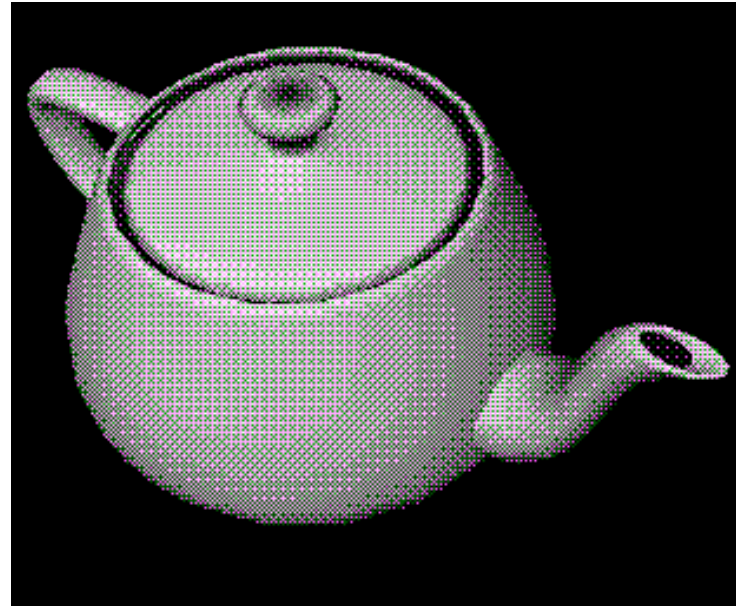
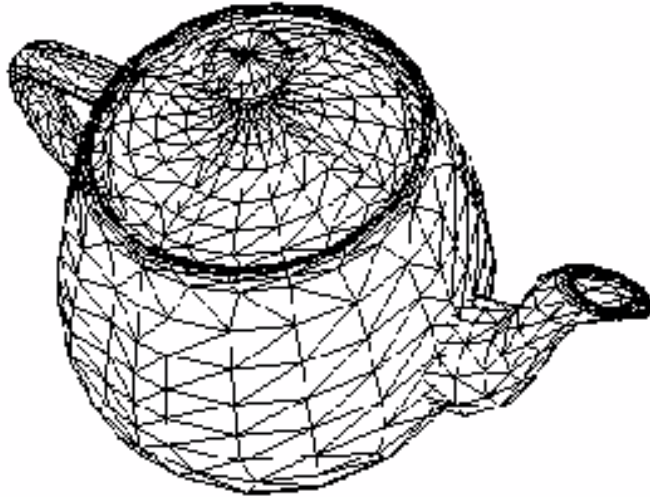
Modélisation

- ▷ Polyèdres : représentation de solides par frontières (Breps)
- ▷ Modèles Topologiques
 - ◇ Baumgart (adjacence d'arête)
 - ◇ Graphe d'Adjacence de Face
 - ◇ Cartes Généralisés de dimension n (n-G-maps)
- ▷ Représentation sous forme d'arbres CSG
- ▷ Modèles de décomposition
 - ◇ voxels, Octree (équivalent 2D : pixels, Quadtree)
 - ◇ cellules (voxels de formes différentes)

Modélisation

- ▷ Modèles de Balayage
 - ◇ simples (extrusion, révolution)
 - ◇ hybrides (simple + CSG)
 - ◇ généralisé (simple + déformations)
- ▷ autres représentations
 - ◇ courbes & surfaces (Bézier, splines, B-Splines, NURBS, ...)
 - ◇ fractals (objets auto-similaires)
 - ◇ graphals, L-Systems
 - ◇ systèmes de particules
 - ◇ meta-balls

Conclusion



Modélisation

Ouvrages

- ▷ **Couwenbergh J.P.**: "La Synthèse d'image", Marabout 1998 (www.marabout.com)
- ▷ **Cambray B.**: "Modélisation 3D: Etat de l'art", Rapport MASI Octobre.92
Institut Blaise Pascal PARIS VI
<http://fermivista.math.jussieu.fr/cgi-bin/fv-query>
- ▷ **Prusinkiewicz P., Lindenmayer A.**: "The algorithmic Beauty of plants", Springer-Verlag 1990

Et les bonnes adresses

- ▷ <http://www.swin.edu.au/astronomy/pbourke>
- ▷ <http://www.linux3D.org>
- ▷ <http://www.opencascade.com>
- ▷ <http://www.blender.nl>
- ▷ <http://www.hsak.ac.at/OpenGeometry> : bibliothèque C++ pour modélisation 3D
- ▷ <http://www.ktx.com> : logiciel 3D Studio Max
- ▷ <http://www.cirad.fr/amap> : logiciel de modélisation de plantes
- ▷ <http://www.cpsc.ucalgary.ca/projects/bmv/vlab>: les L-systems